



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
ПО МАТЕМАТИКЕ

М. И. Манарова

ПЕРСПЕКТИВА





М. Н. Макарова

ПЕРСПЕКТИВА

Допущено Государственным комитетом СССР
по народному образованию
в качестве учебного пособия для студентов
педагогических институтов по художественно-
графическим специальностям

Москва «Прозвешенно» 1989

ББК 85.1
М15

Рецензенты:

заведующий кафедрой черчения и труда
Орловского педагогического института,
заслуженный деятель искусств РСФСР,
доктор педагогических наук,
профессор *А. С. Хворостов*,
доцент кафедры начертательной геометрии
и черчения МГЗПИ *С. А. Соловьев*

Макарова М. Н.

М15 Перспектива: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по
худож.-граф. спец.— М.: Просвещение, 1989.— 191 с.: ил.

ISBN 5-09-000715-2

Пособие предназначено для студентов художественно-графических факультетов. В нем излагаются теоретические положения, основные понятия и законы перспективы. Описываются правила построения перспективных изображений. Содержатся вопросы и задачи, способствующие развитию пространственного воображения.

Книга может быть полезна учащимся художественных школ и учителям, учителям изобразительного искусства.

М 4300000000—885
103(03)—89 04—80

ББК 85.1

ISBN 5-09-000715-2

© Макарова М. Н., 1989

*Посвящается моим учителям
Владимирскому Григорию Алексеевичу
Ивановой Агнессе Васильевне*

ВВЕДЕНИЕ

Во многих областях науки и техники, в изобразительном искусстве находят применение различные изображения — чертежи, схемы, рисунки, фотографические снимки и др. Назначение их разнообразно.

Любое изображение представляет собой сочетание на плоскости (или любой другой поверхности) точек, линий, тоновых и цветовых пятен, сгруппированных в определенной системе. Рассматривая их, мы представляем те или иные пространственные формы предметов реального мира. Изучением методов построения на плоскости (или какой-либо поверхности) графических изображений пространственных фигур занимается начертательная геометрия. Наиболее распространенные проекционные графические изображения, связанные с деятельностью человека, — рисунок, чертеж и фотографический снимок.

Умению изображать предметы окружающей действительности на чертеже и рисунке начинают обучать уже в школе на уроках изобразительного искусства и черчения. Для преподавания этих предметов необходимо хорошо владеть теорией построения изображений пространственных форм на плоскости. Эта теория является содержанием начертательной геометрии, включающей следующие разделы: чертежи в системе ортогональных проекций, проекции с числовыми отметками, аксонометрические проекции, центральные проекции — перспектива.

В данном учебном пособии изложены теоретические основы построения центральных проекций, т. е. перспективы. Пособие предназначено для студентов художественно-графических факультетов педагогических институтов. В учебном пособии даны общие положения этой науки, выводятся законы и правила перспективных изображений, а также приведены различные способы и приемы их построений на картине.

Изложенные общие сведения могут служить основой для дальнейшего, более углубленного изучения перспективы как науки.

Книга может быть использована также учащимися художественно-педагогических училищ, учителями изобразительного искусства и черчения и всеми, кто интересуется теорией и практикой построений в перспективе.

§ 1. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК РАЗВИТИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ

Перспектива как наука возникла в глубокой древности в связи с необходимостью изображать на плоскости предметы в трехмерном пространстве и развивалась в двух направлениях: в области науки (строительстве, технике) и в живописи.

История свидетельствует, что египетские пирамиды и храмы, величайшие сооружения Древней Греции и Рима были построены по изображениям — прототипам современных чертежей. Начала геометрии, и в частности перспективы, можно встретить в трудах древнегреческих и римских ученых. Так, первоначальные сведения о построении изображений с применением перспективы обнаружены в работах древнегреческого ученого Эсхила (525—456 гг. до н. э.). Он был большим знатоком наблюдательной перспективы, в развитие которой внес значительный для того времени вклад.

Большое место построениям изображений в перспективе уделено в трактате «О геометрии» крупнейшего ученого, естествоиспытателя и мыслителя Древней Греции Демокрита (около 460—370 гг. до н. э.).

Известный древнегреческий ученый и математик Эвклид, живший за 300 лет до нашей эры, в своих сочинениях в разделе «Оптика» сформулировал впервые правила наблюдательной перспективы, а также вывел законы отражения лучей от плоских, вогнутых и выпуклых зеркал.

Способы построения перспективных изображений были изложены в трактате «Десять книг об архитектуре» древнегреческого ученого и архитектора Витрувия (конец I в. до н. э.). Без теоретических обоснований он изложил правила построения перспективных изображений, а также составления архитектурно-строительных чертежей, содержащих план и фасад зданий. Им были обобщены труды Эсхила, Демокрита и других древнегреческих ученых, внесших большой вклад в развитие наблюдательной перспективы.

Видимость предметов, передачу их объемной формы, цвета, освещенности и отражения на них преломленного света, образование теней рассмотрел известный древнегреческий астроном Птолемей (II в. н. э.) в своем сочинении по наблюдательной перспективе, состоящей из пяти книг. Однако теоретических положений и правил построения перспективных изображений он не вывел.

Закономерностями построения изображений окружающей действительности, близкой к зрительному восприятию, занимались и художники. Живопись древних времен не сохранилась, и неизвестно, какой она была в те далекие времена. Но высокое развитие архитектуры, скульптуры, дошедшей до наших дней, и труды древних ученых-математиков, писателей и философов дают основания предположить, что перспектива в творчестве художников занимала важное место.

В течение длительного времени (около тысячи лет) наука о построении графических изображений не получала дальнейшего развития в силу ряда причин. Одна из них связана с мрачной эпохой средневековья, когда преследовалась и угнеталась всякая прогрессивная мысль, отвергалась математическая наука, на которой базировалась начертательная геометрия.

И только в эпоху Возрождения начинается вновь развитие теории перспективы, вклад в которую внесли в первую очередь художники. Считают, что перспектива как наука возникла в Италии из практики художников XV в. Открытие закономерностей в перспективе стало большим событием в области изобразительного искусства. Применение перспективы художниками стало необходимым условием создания реалистических произведений.

Основоположником перспективы как науки считают итальянского теоретика искусства, архитектора и художника эпохи Возрождения Филиппо Брунеллески (1377—1446), который применил правила перспективы в изображении архитектурных сооружений.

Итальянский ученый Леон Баттиста Альберти (1404—1472), всесторонне образованный человек — теоретик искусства раннего Возрождения, одаренный математик, физик, замечательный зодчий, скульптор, философ, поэт и музыкант, обобщил опыт мастеров античного и современного ему изобразительного искусства. В трактатах «О живописи» и «О зодчестве» он изложил теоретические положения перспективы на математической основе. А в труде «Десять книг о зодчестве» разработал на научной основе теорию рисунка и перспективы, изложил теорию пропорций по принципу греческой антропометрии. Им был предложен практический способ сетки для построения перспективных изображений. В перспективных построениях Альберти применил масштабные точки, в которых должны сходиться диагонали квадратов. Правда, он не дал этому свойству теоретических обоснований, так как считал данные построения естественными и понятными с первого взгляда. Альберти рассмотрел также теорию нанесения теней на изображениях и обосновал необходимость покрытия освещенных поверхностей разными тонами красок.

Другой крупнейший итальянский зодчий и скульптор Лоренцо Гиберти (1378—1455) постарался определить законы построения перспективных изображений, перенося их на скульптурные рельефы. На основе законов перспективы им выполнены рельефные изображения для всемирно известных бронзовых дверей собора Санта Мария дель Фьоре во Флоренции.

Впервые же среди художников теория перспективы в общих чертах была изложена в 1458 г. итальянским живописцем Пьеро делла Борго (1406—1492).

Определение перспективы как проекции предмета, полученной в результате пересечения «конуса видимости с картинной плоскостью», дал итальянский живописец Пьеро делла Франческа (1416—1492) в своих трактатах «О правильных телах» и «О живописной перспективе». В своем искусстве он соединил совершенную перспективу и строгую пропорциональность форм с тонкой гармонией красок. В то время художники считали его отцом линейной перспективы.

Большой вклад в теорию перспективы внес гениальный итальянский художник и ученый Леонардо да Винчи (1452—1519). Свои теоретические положения, в том числе правила перспективы, он изложил в «Трактате о живописи». Леонардо да Винчи считал, что перспектива относится к «механическим наукам», которыми не должен пренебрегать ни один живописец. Он подчеркивал большое значение перспективы как науки в развитии живописи. «Практика всегда должна быть построена на хорошей теории, для которой перспектива — руководитель и вход, и без нее ничто не может быть сделано хорошо в случаях живописи»¹.

Леонардо да Винчи делит перспективу на три основные части:

1. Линейная перспектива, которая изучает и излагает законы построения уменьшения фигур по мере удаления их от наблюдателя.

2. Воздушная и цветовая перспектива, которая трактует об изменении цвета предметов в зависимости от их расстояния до наблюдателя и о влиянии слоя воздуха на насыщенность и локальность цвета.

3. Перспектива четкости очертания формы предметов, в которой анализируются изменения степени отчетливости границ фигур и контраста света и тени на них по мере удаления их в глубину пространства, изображаемого на картине.

Из трех разделов перспективы два последних не получили дальнейшего теоретического развития. Из-за сложности исследования цветовая и воздушная перспективы не имели аргументированных законов, поэтому художники претворяли их в практику на основе личного восприятия и опыта. Первый раздел перспективы развился в точную науку — линейную перспективу, которая позднее вошла как составная часть в начертательную геометрию — науку о методах изображения.

Выдающийся немецкий ученый, математик, гравер и художник Альбрехт Дюрер (1471—1528) в своем сочинении «Руководство для измерения циркулем и правилом», изданном в 1523 г., описал графический способ построения перспективы предметов с использованием ортогональных проекций, получивший в учебной литературе название «способ Дюрера». Хорошо зная математику, Дюрер предлагал фигуру человека вписывать в простейшую геометрическую

¹ Леонардо да Винчи. Книга о живописи. — М., 1934. — С. 105.

форму, которую легко построить и проверить законами перспективы, затем детализировать мелкие части.

Большое теоретическое значение имело сочинение «Шесть книг о перспективе», изданное в 1600 г., итальянского ученого и математика Гвидо Убальди (1545—1607). Используя опыт предшественников — художников и ученых-математиков, Убальди изложил на математической основе, с теоретическим обоснованием 23 правила построения перспективных изображений предметов и способы определения размеров по перспективному изображению. Убальди первый научно обосновал правила построения в линейной перспективе. В его работах нашли также дальнейшее развитие теоретические положения о построении теней.

Способ построения в перспективе предметов с помощью координат был предложен французским архитектором, инженером и математиком Жираром Дезаргом (1593—1662), который тем самым положил начало методу аксонометрических проекций. Дезарг первый указал на общую геометрическую основу и родственность ортогональных проекций и линейной перспективы. Он определил разницу между этими изображениями, которая заключается лишь в разном расположении точек зрения. При построении ортогональных проекций точка зрения находится в бесконечности (параллельное проецирование). При построении линейной перспективы точка зрения находится «на конечном» расстоянии от предмета (центральное проецирование).

Несколько позднее систематизированное изложение теории перспективы было опубликовано в книге итальянского ученого, архитектора и художника Андреа дель Поццо (1642—1709), изданной в Риме в 1693 г. под названием «Перспектива живописцев и архитекторов, в которой излагается легчайший и быстрее способ перспективного изображения всего, что относится к архитектуре». В этом труде были даны, довольно полные для того времени, сведения о различных видах перспективы: линейной, рельефной, театральной и плафонной. В книге приведены многочисленные и оригинальные примеры построения перспективных изображений по ортогональным чертежам.

Таким образом, к концу XVIII в. были достаточно полно изложены теоретические основы перспективы и накоплен большой опыт практического ее применения во всех видах изобразительного искусства.

Значительную роль в развитии науки о методах изображения сыграл знаменитый французский ученый, геометр и инженер, общественный деятель времен Великой французской революции Гаспар Монж (1746—1818). Его книга «Начертательная геометрия», изданная в 1795 г., явилась первым систематизированным изложением методов изображения пространственных фигур на плоскости. В этой же книге сделаны первые попытки построить тени на ортогональном чертеже — эюре и в перспективе. Там же даны рекомендации, как выполнять тушевку предмета в соответствии с законами воздушной перспективы.

Работы Гаспара Монжа явились своеобразным логическим завершением всего, что было сделано раньше, и началом нового этапа в развитии науки о построении графических изображений — начертательной геометрии.

О применении перспективы в русском изобразительном искусстве в ранний период его развития можно судить лишь по некоторым миниатюрам в рукописях XVI в. В этих изображениях, связанных с композиционными сюжетами, нашли отражение только некоторые элементы перспективы. В дальнейшем она развивалась самостоятельным путем, опираясь на практику художников того времени. Русские художники XVII—XVIII вв. достаточно хорошо владели теорией перспективы и применяли ее в своих картинах с большим мастерством.

Большой вклад в развитие теории перспективы и ее практического применения внесли русские художники-педагоги XVIII и особенно XIX в.

Крупнейшим представителем русской академической школы XVIII в., лучшим рисовальщиком того времени был Антон Павлович Лосенко (1737—1773). Это был первый русский профессор Академии художеств. Он требовал от своих учеников тщательного изучения анатомии и перспективы, точной передачи пропорций человеческого тела с применением законов распределения светотени.

В 1822 г. был написан научно-методический труд под названием «Полный курс правил рисования и анатомии для воспитанников Академии художеств», который представлял собой строгую систему правил рисования фигуры человека и его частей тела, содержащий 150 рисунков-иллюстраций. Автором ее был Василий Кузьмич Шебуев (1777—1855), воспитавший целую плеяду замечательных художников.

Этот труд состоял из четырех частей, в двух из которых отводилось значительное место перспективе. В книге были приведены методические советы по рисованию с натуры и применению знаний законов перспективы и пластической анатомии в академическом рисунке.

Более 20 лет вел поиск способа овладения видением натуры на основе законов перспективы известный русский художник Алексей Гаврилович Венецианов (1780—1847). Он писал: «Мои многочисленные старания о приспособлении начертательной геометрии к жизни убедили меня в необходимости изучения сей науки, а опытом над многими молодыми людьми я имел случай еще более убедиться в важности ее: ибо видел быстрые успехи учения, обоснованные на ее началах»¹. В его педагогической системе практическая перспектива занимала важное место. По методу А. Г. Венецианова овладение практическими навыками изобразительного искусства начиналось с изучения законов перспективы. Он считал, что без научных знаний и овладения перспективой художник превращается в чучело. А. Г. Венецианов рассматривал перспективу как метод

изображения реального предмета в конкретной среде, считая, что она играет основополагающую роль в обучении художника рисунку и живописи.

Систему обучения рисованию Венецианова успешно продолжал художник-педагог Сергей Константинович Зарянка (1818—1870). Он считал, что нужно упростить научные положения и способы изучения перспективы, сделать их более наглядными и подходить к ним опытным путем.

В 1834 г. было издано учебно-методическое пособие «Курс рисования», написанное военным инженером и известным художником-любителем А. П. Сапожниковым. Очень важно, что это было первое методическое пособие по рисованию для общеобразовательных учебных заведений. В нем большое место было отведено изучению законов перспективы. С этой целью автор разработал модели из проволоки и картона, которые помогали учащимся понять законы построения перспективы, а также светотеней. Книга А. П. Сапожникова в свое время сыграла большую роль в обучении рисованию и была неоднократно переиздана.

Значительный вклад в систему художественного образования внесли русские художники-педагоги XIX в. Большое значение придавал изучению перспективы замечательный русский художник и педагог Николай Николаевич Ге (1831—1894). Он писал: «Учите перспективу, и когда овладеете ею, внесите ее в работу, в рисование. Никогда не отделяйте ее от рисования, как это делают многие, т. е. рисуют по чувству, а потом поправляют правилами перспективы,—напротив, пусть перспектива у Вас будет всегдашним спутником Вашей работы и стражем верности»¹.

Такого же направления в обучении придерживался художник-педагог Павел Петрович Чистяков (1832—1919). Он считал, что форма предмета в пространстве не может быть нарисована с помощью «талантливого глаза», она требует строго точной проверки, основанной на самых точных правилах, т. е. перспективе. Бывает так, что художник может знать правила, но не уметь применять их на практике. Надо уметь смотреть на натуру и, главное, применять перспективу на практике к делу². П. П. Чистяков считал, что рисование должно опираться на науку. «Настоящая техника в искусстве,— говорил он,— доступна только художникам, вполне опирающимся на науку, то есть художникам, изучающим анатомию и перспективу»³.

Большим событием во второй половине XIX в. в России было введение в общеобразовательной школе учебных предметов рисование и черчение. В разработке программ по ним принимал участие и П. П. Чистяков. Он считал, что обучение этим предметам должно строиться на научной основе законов перспективы и анатомии.

¹ Мастера искусства об искусстве.— М., 1937.— Т. IV.— С. 438.

² См.: Чистяков П. П., Савинский В. Е. Перспектива. Воспоминания.— М.—Л., 1939.— С. 322.

³ Чистяков П. П. Письма, воспоминания, записные книжки.— М., 1953.— С. 324.

С первой половины XIX в. в России начертательная геометрия становится самостоятельной наукой и вводится как обязательный предмет в высших технических учебных заведениях. Раздел перспективы изучается как специальный предмет в художественных учебных заведениях.

Первым русским профессором по начертательной геометрии, ее основоположником и основателем этой науки в России был Яков Александрович Севастьянов (1796—1849). Изданная им в 1821 г. книга «Основания начертательной геометрии» явилась первым учебником русского автора на русском языке. Этот учебник был основным в течение 20 лет почти во всех высших учебных заведениях. Заслуги Я. А. Севастьянова в области начертательной геометрии велики. Он впервые ввел русскую терминологию, дал практическое приложение начертательной геометрии к техническому черчению, рисованию, перспективе и картографии. Я. А. Севастьяновым написан ряд работ по линейной перспективе, теории теней в ортогональных проекциях и в перспективе. Это книги «Приложение начертательной геометрии к рисованию. Теория теней. Линейная перспектива. Оптические изображения» (1830 г.) и «Приложение начертательной геометрии к воздушной перспективе, к проекции карт и к гномонике» (1831 г.).

Большой вклад в дальнейшее развитие теории начертательной геометрии внесли ученые-геометры В. И. Курдюмов (1853—1904) и Н. И. Макаров (1821—1904). Научные труды этих ученых входят в список классической учебной литературы по начертательной геометрии.

После Великой Октябрьской социалистической революции начертательная геометрия получила дальнейшее теоретическое развитие. Совершенствовалась как наука и перспектива.

Большим вкладом в науку стали следующие труды профессора Н. А. Рынина (1887—1943): «Методы изображения» (1916 г.), «Перспектива» (1918 г.), «Элементы линейной перспективы» (1933 г.). Труд «Перспектива» является для художников до сих пор самой полной и ценной книгой по линейной и другим видам перспективы.

Дальнейшие научные исследования теории изображений принадлежат ученым Д. И. Каргину (1880—1949) и А. И. Добрякову (1895—1947).

Изложению теории перспективы и применению ее в практической работе архитекторов и художников посвящен ряд трудов крупнейших советских профессоров: Н. Н. Чернецов. «Перспектива» (1927 г.), Н. И. Чечелев. «Перспектива» (1933 г.), И. П. Машков. «Линейная перспектива на плоскости» (1935 г.) и др.

В последнее время теорией перспективы занимались многие ученые, труды которых в этой области имеют специальное назначение и определенную направленность. Так, например, книги М. В. Федорова «Рисунок и перспектива» (1960 г.), Н. С. Кузнецова «Построение широкоугольной перспективы» (1958 г.), А. Г. Климушина «Тени и перспектива» (1967 г.) и др. предназначены для

архитектурно-строительных специальностей. В связи с этим основное внимание в этих работах отводится построению перспективы архитектурно-строительных объектов и их элементов способом архитектора по плану и фасаду. Детально излагается теория теней в перспективе применительно к архитектурно-строительным объектам.

К другой группе можно отнести книги, предназначенные главным образом для художественных специальностей. Широко, например, известна книга А. П. Барышникова «Перспектива» (1955 г.). В ней довольно полно и глубоко изложена теория линейной и других видов перспектив для художников. Текст сопровождается большим количеством чертежей, рисунков, связанных с перспективными построениями как простых, так и сложных объектов.

В 1970 г. был издан учебник «Перспектива» В. Е. Петерсона. В небольшой по объему книге довольно сжато изложена теория перспективы с показом практических приемов ее использования.

Интересна книга В. М. Ратничина «Перспектива» (1982 г.), в ней достаточно глубоко и всесторонне рассмотрена теория линейной и других видов перспектив, четко сформулированы определения и правила построения перспективных изображений. Текст сопровождается большим количеством иллюстраций в виде рисунков, чертежей, репродукций с картин. И главное — это одна из первых книг по перспективе в цветном издании.

Одной из первых книг для художественно-графических факультетов было учебное пособие «Перспектива» (1952 г.) профессора Г. А. Владимирского, в которой достаточно полно изложена стройная система теории линейной перспективы. Кроме того, в книге даны примеры графических заданий, предусмотренных для самостоятельной работы студентов. Книга трижды переиздавалась и долгое время служила единственным учебным пособием по перспективе для подготовки учителя изобразительного искусства.

В 1981 г. для педагогических училищ было выпущено учебное пособие «Перспектива» автора С. А. Соловьева. В нем в простой и доступной форме применительно к изобразительному искусству изложена теория перспективы. Автор дает много практических приемов построения перспективных изображений. Книга хорошо проиллюстрирована, приведено много интересных примеров.

Труды советских ученых внесли большой вклад в развитие отечественной науки в области теории изображений — начертательной геометрии, составной частью которой является перспектива, и методики ее изучения.

§ 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Слово «перспектива» французское (*perspective*) и означает «насквозь видеть», «внимательно рассматривать». Произошло оно от латинского глагола *perspicere* — «ясно вижу».

Перспектива рассматривается как наука о построении изображений предметов на какой-либо поверхности такими, как их воспринимает глаз человека.

В изобразительном искусстве перспектива рассматривается как изображение предметов, полученное на какой либо поверхности, в соответствии с кажущимися изменениями их величины, четкости очертания их формы и светотеневых отношений, которые можно наблюдать в натуре.

Перспективное изображение в зависимости от его назначения может быть построено на любой проекционной поверхности. В связи с этим перспектива подразделяется на несколько видов.

Линейная перспектива — это изображение, построенное на плоскости. В зависимости от назначения перспективных изображений плоскость может быть расположена вертикально, наклонно и горизонтально.

Вертикальная плоскость, на которой строят изображения с помощью линейной перспективы, используется при создании картины (станковая живопись) и настенных панно (на стене внутри помещения или снаружи дома преимущественно на его торцах).

Построение перспективных изображений на наклонных плоскостях применяют в монументальной живописи — росписи на наклонных фризах внутри помещения дворцовых сооружений и соборов. На наклонной картине в станковой живописи строят перспективные изображения высоких зданий с близкого расстояния или архитектурных объектов городского пейзажа с высоты птичьего полета.

Построение перспективных изображений на горизонтальной плоскости применяют при росписи потолков (плафонов). Известны, например, мозаичные изображения на овальных плафонах станции метро «Маяковская» художника А. А. Дейнеко. Изображения, построенные в перспективе на горизонтальной плоскости потолка, называют плафонной перспективой.

Линейная перспектива на горизонтальной и наклонной плоскостях имеет некоторые особенности в отличие от изображений на вертикальной картине.

Панорамная перспектива — это изображение, построенное на внутренней цилиндрической поверхности. Слово «панорама» греческого происхождения и означает «все вижу», т. е. в буквальном переводе это — перспективное изображение на картине всего того, что зритель видит вокруг себя. При рисовании панорам точку зрения располагают на оси цилиндра, а линию горизонта — на окружности, находящейся на высоте глаз зрителя. Поэтому при рассмотрении панорам зритель должен находиться в центре круглого помещения, где, как правило, располагают смотровую площадку. Перспективные изображения на панораме объединяют с передним предметным планом, т. е. с находящимися перед ней реальными предметами.

Общезвестными в России являются панорамы, созданные Ф. А. Рубо, — «Оборона Севастополя» (1902—1904 гг.) и «Бородинская битва» (1911 г.) в Москве, «Сталинградская битва» (1983 г.) в Волгограде.

Часть панорамы с реальными предметами, лежащими между цилиндрической поверхностью и зрителем, называют диорамой.

Как правило, диорама занимает отдельное помещение, в котором переднюю стену заменяют цилиндрической поверхностью, и на ней изображают пейзаж или панораму города. В диорамах часто применяют подсветку для создания эффекта освещения.

Правила панорамной перспективы используют при рисовании картин и фресок на цилиндрических сводах и потолках, в нишах, а также на внешней поверхности цилиндрических ваз и сосудов.

Купольная перспектива — это изображение, построенное на внутренней поверхности сферы или эллипсоида. Ее применяют при росписях на куполах в храмах, соборах, дворцовых постройках, круглых залах метро.

Театральная перспектива — это изображения, построенные на нескольких вертикальных плоскостях, расположенных на различной глубине, и ее применяют при выполнении декораций на сцене театра. Часто она сочетает в себе линейную, рельефную и даже плафонную перспективу.

Существуют и другие виды перспектив. В данной книге будет рассмотрена только линейная перспектива на вертикальной плоскости, которая связана с построением изображений на картине.

В практике изобразительного искусства часто используют термин «наблюдательная перспектива» и ее рассматривают как особый вид. Между тем наблюдательная перспектива является составной частью общей перспективы. В ней теория построения изображений заменяется наблюдением при рисовании с натуры, определением на глаз размеров частей предмета, углов наклона отдельных элементов и т. д. Однако, не зная основных законов перспективы, нельзя достаточно грамотно и точно построить изображение любого, даже простейшего, предмета. Поэтому теория перспективы не противоречит и не противостоит, а подкрепляет практику наблюдения при рисовании с натуры, помогая художнику точнее увидеть своими глазами перспективные явления и осознать их закономерности на основе полученных знаний. Освоение художником правил перспективы на примерах построения изображений простых геометрических тел поможет увидеть подобные явления на более сложных предметах окружающей его действительности.

В начертательной геометрии изображения пространственных фигур на плоскости, как и любой поверхности, строят по методу проекций.

Сущность этого метода заключается в следующем. Если через точку S провести проецирующий луч в точку A' , который пересечет заданную плоскость проекции K , то точка A их пересечения будет ее проекцией (рис. 1). Проведя проецирующие лучи через точку S пространства и точки $A'B'C'$ какой-либо фигуры, на плоскости получают ее центральную проекцию ABC (рис. 2).

Построение изображений пространственных фигур на плоскости или какой-либо поверхности с помощью проецирующих лучей, проведенных из одной точки, называют методом центральной проекции. Изображение, полученное методом центральной про-

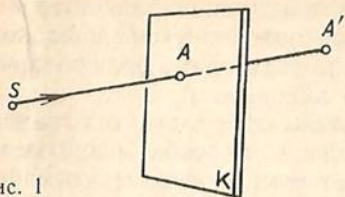


Рис. 1

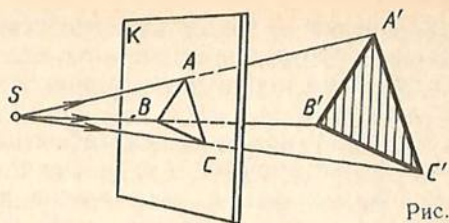


Рис. 2

екции, называют центральной проекцией предмета, или перспективным изображением, или кратко перспективой.

Методом центральной проекции получают изображения при фотографировании на фотопленке и фотопластинках, при проецировании кадров на экран. Отображения на сетчатке глаза человека рассматриваемых им окружающих предметов также соответствуют перспективным изображениям.

§ 3. ПРОЕЦИРУЮЩИЙ АППАРАТ И ЭЛЕМЕНТЫ КАРТИНЫ

На известной гравюре Альбрехта Дюрера (рис. 3 и форзацы) показан процесс получения перспективного изображения на плоской прозрачной картине в том виде, как это представляли себе художники. В этом случае задается единая и неподвижная



Рис. 3

точка зрения (глаз человека), связанная с горизонтальной плоскостью, и прозрачная плоскость картины, через которую наблюдают пространство и предметы реальной действительности, расположенные за ней.

По этому принципу разработана модель проецирующего аппарата, на которой удобно изучать законы и способы построения изображений фигур, заданных в предметном пространстве и полученных методом центральной проекции на плоскости картины. Рассмотрим основные элементы и конструктивные особенности проецирующего аппарата (рис. 4).

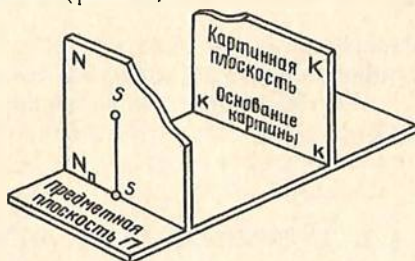


Рис. 4

Предметная плоскость, P . Ее располагают горизонтально и подразумевают безграничной. На ней помещают картинную плоскость, зрителя и изображаемый предмет.

Картинная плоскость, K — плоскость проекций, или картина. Ее располагают перпендикулярно предметной плоскости. На ней получают центральную проекцию, т. е. перспективное изображение, или перспективу предмета.

Основание картины, $кк$ — линия пересечения картинной и предметной плоскостей.

Точка зрения, S — центр проекций, через который проходят проецирующие лучи ко всем точкам изображаемого предмета.

Точка стояния, s — основание перпендикуляра, проведенного из точки зрения на предметную плоскость.

Высота точки зрения, Ss — длина перпендикуляра, определяемая расстоянием от точки зрения до предметной плоскости.

Нейтральная плоскость, N — плоскость зрителя, или плоскость исчезновения. Она проходит через высоту точки зрения параллельно картинной плоскости.

Предметный след нейтральной плоскости, N_n — линия пересечения нейтральной и предметной плоскостей, или след плоскости зрителя.

Предметное пространство — безграничное пространство за картинной плоскостью, в котором находятся предметы, изображаемые на картине.

Промежуточное, или нейтральное, пространство — пространство между картинной и нейтральной плоскостью.

Мнимое пространство — безграничное пространство от нейтральной плоскости, находящееся за зрителем.

Элементы проецирующего аппарата взаимосвязаны с элементами картины. От правильности выбора положения элементов проецирующего аппарата зависит изображение на картине и степень соответствия его зрительному восприятию. Определим и назовем элементы картины, полученные при установлении взаимосвязи проецирующего аппарата с картинной плоскостью (рис. 5, а, б).

Плоскость горизонта, H . Она проходит через точку зрения параллельно предметной плоскости.

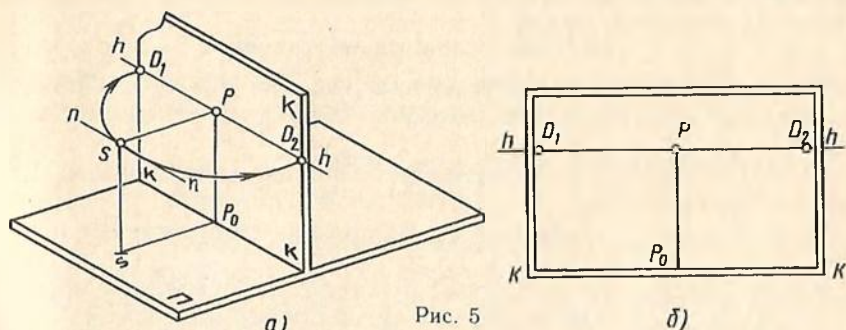


Рис. 5

Линия горизонта, hh . Она является пересечением плоскости горизонта с картиной. «Горизонт» происходит от греческого слова *horizon*, что означает «ограничивающий земную поверхность». Расстояние от основания картины до линии горизонта определяет высоту точки зрения.

Нейтральная прямая, nn — линия пересечения плоскости горизонта с нейтральной плоскостью.

Главный луч зрения, SP — перпендикуляр, проведенный из точки зрения к картине. Его длина определяет расстояние от зрителя до картины. Главный луч зрения расположен в плоскости горизонта.

Главная точка картины, P — точка пересечения главного луча зрения с картиной. Она всегда находится на линии горизонта.

Плоскость главного луча зрения, $sSPp_0$ — плоскость, проходящая через главный луч зрения и высоту точки зрения. Она перпендикулярна к предметной и картинной плоскостям.

Главная линия картины, или линия главного вертикала, Pp_0 — линия пересечения плоскости главного луча зрения с картиной. Она делит картину на правую и левую части.

Дистанционные точки, или точки отдаления, D_1 и D_2 . Они находятся на линии горизонта по обе стороны от главной точки картины на расстоянии, равном длине главного луча зрения.

Дистанционное, или зрительное, расстояние, PD_1 и PD_2 — расстояние от зрителя до картины, равное длине главного луча зрения.

Итак, для построения перспективных изображений задают основные элементы картины: форму и размеры картины с ее основанием, kk , исходя из композиционного замысла; линию гори-

зонта, hh ; главную точку картины, P ; положение дистанционных точек, D_1 и D_2 .

Элементы картины задаются художником в зависимости от содержания и замысла композиционного построения, раскрытия ее сюжета или определяются (устанавливаются) с учетом реального положения рисующего и изображаемого предмета при рисовании с натуры. Правильно заданные элементы картины служат опорой для точного построения перспективных изображений, соответствующих зрительному восприятию человека.

Система условных обозначений

В данной книге при построении перспективных изображений на рисунках и в тексте использованы следующие условные обозначения:

$A', B', \dots; a', b', \dots$ — точки и их основания, заданные в предметном пространстве;

$A, B, \dots; a, b, \dots$ — точки и их основания, изображенные на картине;

$A_0, a_0, B_0, I_0, 2_0, \dots$ — точки, лежащие на основании картины;

$A_1, A_2, A_3, \dots$ — последовательный ряд точек на прямой;

$A_\infty, B_\infty, \dots; a_\infty, b_\infty, \dots$ — предельные точки прямых и их проекций;

$A_k, B_k, E_k, \dots$ — картинные следы прямых;

$A_n, B_n, E_n, \dots$ — предметные следы прямых;

$M_\infty, M_1, M_2, M_3, M_4, \dots$ — масштабные точки;

P_v — предельная точка восходящей прямой особого положения;

P_n — предельная точка нисходящей прямой особого положения;

F_1 и F_2, F_3 и $F_4, \dots$ — предельные точки сторон прямого угла, расположенные на линии горизонта;

F_v — предельная точка восходящей стороны прямого угла;

F_n — предельная точка нисходящей стороны прямого угла;

C_∞ и c_∞ — точка схода и ее проекция солнечных лучей;

C и c_1, c_2, c_3, c_4 — точечный источник света (лампа) и его проекция на пол, потолок и стены;

$Q', R', T', V', W', \dots$ — плоскости, заданные в предметном пространстве;

$Q, R, T, V, W, \dots$ — плоскости, изображенные на картине;

$Q_k, R_k, T_k, V_k, W_k, \dots$ — картинные следы плоскостей;

$Q_n, R_n, T_n, V_n, W_n, \dots$ — предметные следы плоскостей;

$Q_o, R_o, T_o, V_o, W_o, \dots$ — точки пересечения следов плоскости на основании картины;

$Q_\infty, R_\infty, T_\infty, V_\infty, W_\infty, \dots$ — предельные точки предметных следов плоскости;

$A^*, B^*, E^*, \dots$ — тени точек на картине;

$\alpha', \beta', \gamma', \dots$ — углы в предметном пространстве;

$\alpha, \beta, \gamma, \dots$ — углы, изображенные на картине;

$A^*, B^*, E^*, \dots$ — зеркальное отражение точек на картине;

S — совмещенная точка зрения с картиной;

$\bar{A}, \bar{B}, \bar{E}, \dots$ — совмещенное положение точек, изображенных под основанием картины;

$\frac{D}{2}, \frac{D}{3}, \frac{D}{4}, \dots$ — дробные дистанционные точки;

$\angle$ — прямой угол;

$AB \perp \kappa\kappa$ — перпендикулярность элементов;

$A \equiv a, AB \equiv ab$ — совпадение точек и прямых;

$\widehat{ABC} = 40^\circ$ — величина угла;

$AB \times EL$ — пересечение двух прямых;

$AB \parallel CD, Q \parallel R$ — параллельность прямых и плоскостей;

$\equiv$ — параллельность прямых на перспективном изображении;

$A \supset BE, A \supset Q, \dots$ — принадлежность одного элемента другому;

$ABE \sim A'B'E'$ — подобие фигур.

В тексте пособия на полях выделены одной линией правила построений, а двумя — законы перспективы.

§ 4. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КАРТИНЫ

Выбор формы и размера картины. При создании картины художник выбирает ее форму и размеры в зависимости от замысла, содержания сюжета и его целевого назначения. Картина может быть прямоугольной с различным соотношением высоты и ширины, квадратной, круглой, овальной и т. д. Круглую форму картины чаще всего используют в портретной и миниатюрной живописи.

На картине, вытянутой по горизонтали, показывают обычно большую глубину пространства. Например, изображают панораму военных действий, пейзаж с бескрайними просторами, сюжетные многолюдные композиции, такие, как спортивные соревнования, праздничные события и др.

Вертикальное положение прямоугольной картины определяется высокими объектами изображения на переднем плане или находящимися на небольшой глубине. Например, городской пейзаж с высокими зданиями, сельский — с большими деревьями на переднем плане, сюжетная композиция с изображением людей и охватом небольшого пространства.

При рисовании с натуры выбор размера и положения листа бумаги или холста также зависит от содержания, величины и взаимного расположения объектов изображения. Например, при рисовании портрета, гипсовой головы, фигуры стоящего человека выбирают, как правило, вертикальное расположение листа. Если изображаемые объекты больше по ширине, то лист бумаги или холста располагают горизонтально.

При рисовании с натуры необходимо находиться от нее на таком расстоянии, чтобы весь объект изображения был в поле зрения человека (о поле зрения будет сказано ниже).

Выбор положения линии горизонта. Выбрав форму, размеры и положение картины, нужно правильно задать (или определить) ее элементы: линию горизонта, главную точку и дистанционное рас-

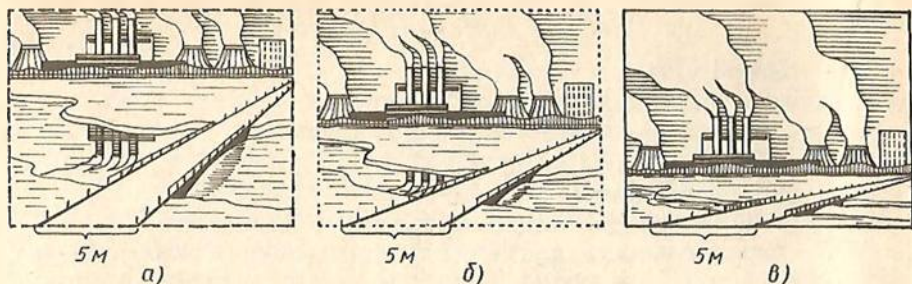


Рис. 6

Создавая картину, художник в зависимости от творческого замысла выбирает положение линии горизонта и высоту точки зрения.

Линия горизонта на картине может быть высокой (рис. 6, а), средней (рис. 6, б), низкой (рис. 6, в). Принято считать ее высокой, если она выше середины картины, и низкой, если она находится ниже ее середины. Заметим, что на рисунке 6 показано разное положение линии горизонта в зависимости от изменения высоты точки зрения. Но масштаб изображения на картине во всех случаях остался неизменным, так как ширина дороги (5 м) на основании картины по величине одинаковая.

Высокий горизонт выбирают, как правило, в пейзаже для показа необъятных просторов полей, лесных массивов, речных далей, при изображении интерьера с видимой поверхностью паркетного пола и стоящих на нем предметов, в сюжетных картинах с охватом большой глубины пространства и др.

Низкий горизонт используют для показа большей части неба в пейзаже, расписных потолков, карнизов и стен интерьеров, для придания монументальности сюжетной композиции при близком расположении каких-либо объектов (людей, зданий, деревьев и др.).

Известно, что расстояние от основания картины до линии горизонта определяет высоту точки зрения, т. е. положение зрителя относительно предметной плоскости. Однако, меняя на картине положение линии горизонта, можно сохранить неизменной высоту точки зрения. Изменяться при этом будет только масштаб картины. Это обстоятельство можно пояснить следующим примером.

На рисунке 7 один и тот же индустриальный пейзаж ограничен тремя рамками картины одинакового размера, но с разным положением линии горизонта.

На первой картине (рамка задана штрихами) высокий горизонт. Большое пространство поверхности земли с идущей по диагонали дорогой, дымящиеся трубы и силуэты кранов стройки на фоне узкой полосы неба неудачно смотрятся при высоком горизонте.

На второй картине (рамка задана точками) средний горизонт. При таком его положении уменьшилась поверхность земли и увеличилось пространство неба, подчеркнуты простор стройки и очертания объектов.

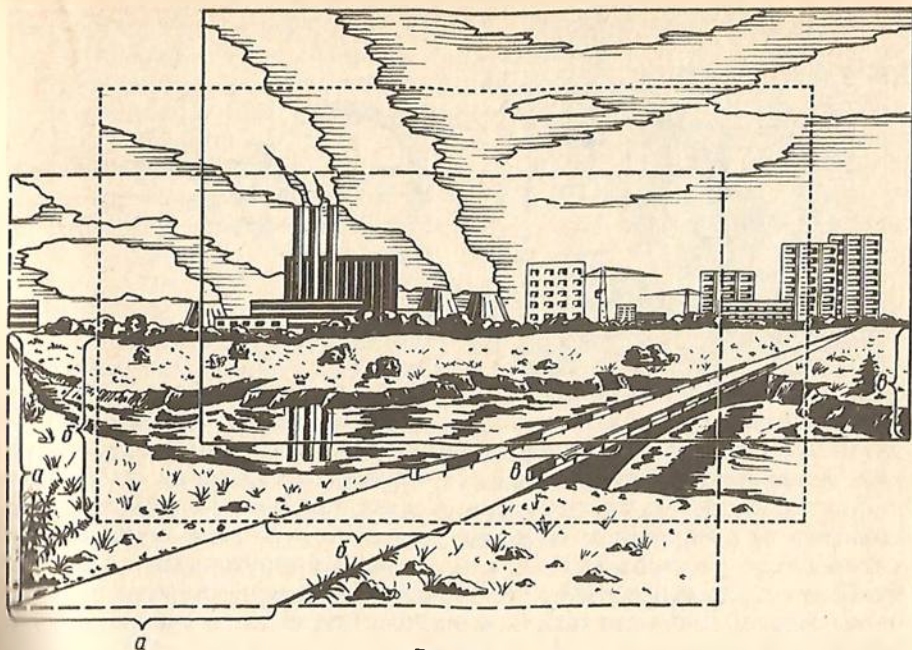


Рис. 7

На третьей картине (рамка задана сплошной линией) низкий горизонт, благодаря чему усилился силуэт стройки и увеличилось воздушное пространство широкой полосой неба.

Таким образом, при различном положении линии горизонта на картине высота точки зрения осталась неизменной. В данном примере расстояние от линии горизонта до основания картины, соответствующее высоте точки зрения, в каждом из трех положений выбрано равным ширине дороги (величина a равна расстоянию от основания картины до горизонта в первой картине, величина b — во второй, величина c — в третьей). Однако масштаб картины изменился, так как величины a , b и c разные при одинаковой ширине дороги в натуре.

На рисунке 8 даны два положения картины с изображением натюрморта. На горизонтальной картине горизонта почти совпадает с верхним ее краем. На вертикальной — положение линии горизонта несколько ниже. Вместе с тем высота точки зрения не менялась, так как рисующий находился на том же месте и сохранялось положение предметов относительно него, а следовательно, и линии горизонта.

Таким образом, композиция с высоким горизонтом в сочетании с более повышенным местом положения зрителя (рисующего) относительно предметной плоскости усиливает эффект глубины изображаемого пространства и его многоплановости.

При рисовании с натуры известен практический прием использования подискателя для определения положения листа бумаги,

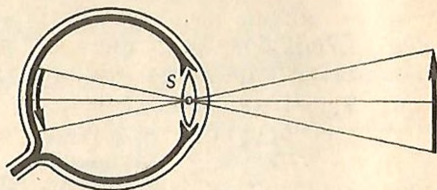


Рис. 8

Рис. 9

правильного расположения на нем изображаемых объектов и задания высоты линии горизонта. В куске плотной бумаги (или картона) вырезают прямоугольник с пропорциональными сторонами листа, выбранного для рисования. Держа в руках и направляя видоискатель на изображаемый объект, при этом все время приближая и удаляя его, рисующий фиксирует через прямоугольное отверстие наиболее правильное композиционное размещение предметов на горизонтальном или вертикальном положении листа с учетом высоты линии горизонта.

При рисовании с натуры очень важно уметь определять линию горизонта относительно изображаемых предметов и задавать ее положение на картине. На открытом месте линия горизонта четко видна как граница между небом и видимой частью земли. Если она закрыта различными сооружениями, холмами или деревьями, тогда ее легко находят с помощью стакана (или банки) с водой, который поднимают так, чтобы уровень воды стал виден как прямая линия. Этот же прием используют в помещении при рисовании с натуры.

Выбор положения главной точки картины. Она задается, как правило, на середине линии горизонта или в средней трети ее части. Иногда, для того чтобы подчеркнуть смысловое содержание картины, главную точку смещают от середины. Например, в картине П. А. Федотова «Сватовство майора» она значительно смещена влево. Если в интерьере надо развернуть левую стену, то главную точку смещают вправо. При задании главной точки надо стремиться к тому, чтобы изображаемые предметы были хорошо видны, а их форма четко выявлялась.

При рисовании с натуры, установив место положения линии горизонта относительно предметов, надо определить на ней главную точку картины. Для этого направляют карандаш острием к воображаемой линии горизонта и располагают его так, чтобы была видна только торцевая часть.

Выбор дистанционного расстояния. В процессе создания картины особое значение для получения перспективного изображения, соответствующего зрительному восприятию человека, имеет правильный выбор дистанционного расстояния. Во многом это зависит от физио-

логического строения глаза, процесса восприятия окружающего мира и отображения в сознании человека образов.

Глаз человека является основным органом, участвующим в зрительном восприятии реального мира и в построении перспективного изображения на картине. Он имеет сложное строение. Процесс восприятия предмета можно представить следующим образом (рис. 9). Лучи, отраженные от всех точек предмета, попадают на внутреннюю, чувствительную к свету сетчатку глаза и проходят через общую точку S — оптический центр. На сетчатке получается перевернутое изображение предмета за счет раздражения светочувствительных клеток. Эти раздражения передаются по главному нерву в головной мозг, который синтезирует в нашем сознании реально существующий образ предмета.

При рассматривании предметов (без движения головой) глаз охватывает пространство, ограниченное лучевым конусом зрения, вершина которого находится в оптическом центре хрусталика. Конус зрения, пересекаясь с плоскостью картины, расположенной перпендикулярно к оптической оси, определяет фигуру сечения, ограниченную эллипсообразной линией, которую называют полем зрения (рис. 10). Если через оптическую ось провести вертикальную и горизонтальную плоскости, то крайние лучи зрения образуют соответственно углы 110° и 140° . При этом с учетом строения глаза верхний луч с оптической осью составит 45° , нижний — 65° , а два боковых луча — по 70° . На рисунке 10 дан чертеж в трех проекциях конуса и поля зрения.

Заметим, что в пределах поля зрения достаточно четко видна лишь небольшая его часть в виде чуть сплюснутого круга с центром в точке пересечения главного луча с картиной. Этот круг определяет поле ясного зрения, а лучи, направленные к точкам этого круга, образуют конус ясного зрения.

На основе исследований физиологов и психологов доказано, что четкое восприятие (видимость) предметов глазом человека возможно

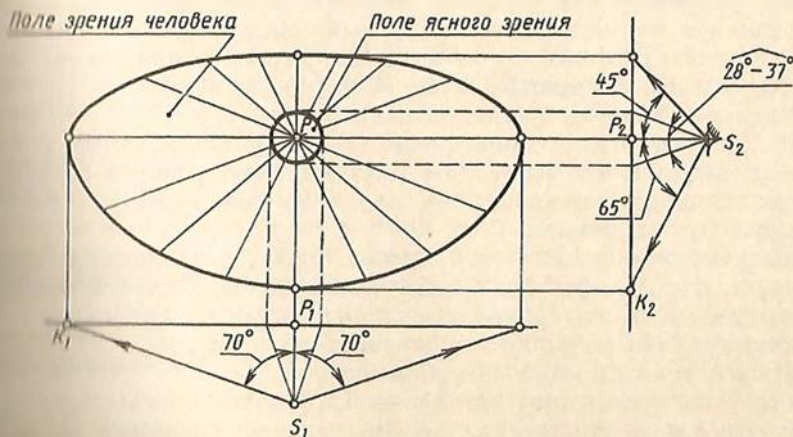


Рис. 10

при угле ясного зрения в пределах $28...37^\circ$, а умеренная видимость — при угле зрения до 53° . Из схемы на рисунке 11 видно, что с увеличением угла зрения уменьшается зрительное (дистанционное) расстояние при рассматривании одного и того же предмета. Если за постоянную единицу измерения принять диаметр основания конуса ясного зрения, то установится следующая зависимость:

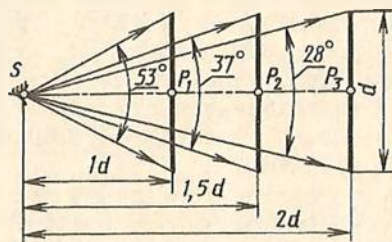


Рис. 11

$R:H = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, или $H = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, где R — радиус поля ясного зрения, H — дистанционное расстояние, α — угол ясного зрения. Отсюда при угле 28° дистанционное расстояние составит 2 диаметра поля ясного зрения, при угле 37° — 1,5 диаметра, при угле 53° — диаметр, при угле 90° — 0,5 диаметра.

Следует иметь в виду, что изображаемые объекты выглядят по-разному в зависимости от того, с какого расстояния на них смотрит зритель. На рисунке 12, *a—e* даны изображения одной и той же комнаты (передняя стена которой условно снята) с квадратным полом, с неизменным положением линии горизонта, главной точки и фигур людей. Однако зрительное впечатление от всех изображений неодинаковое, поскольку дистанционное расстояние взято во всех случаях разное.

На рисунке 12, *a* комната кажется очень глубокой, и трудно представить, что пол в ней квадратный, как и плиты у краев основания картины. Боковые стены выглядят чересчур длинными, человеческие фигуры воспринимаются разными по высоте, а расстояние между ними кажется очень большим.

На рисунке 12, *б* значительно уменьшилась глубина комнаты, но пол кажется все еще прямоугольным, нет резкого сокращения фигур по мере их удаления, на переднем плане квадратные плиты кажутся вывернутыми.

На рисунке 12, *в, г* изображения комнаты, дверного и оконного проемов, а также фигур людей уравновешены. Они в большей степени соответствуют зрительному впечатлению, возникающему при рассматривании натурального пространства.

На рисунке 12, *д, e* при большом увеличении дистанционного расстояния (удалении зрителя от картинной плоскости) глубина комнаты слабо выражена. Боковые стены, оконный и дверной проемы кажутся чрезмерно узкими, а фронтальная стена выглядит

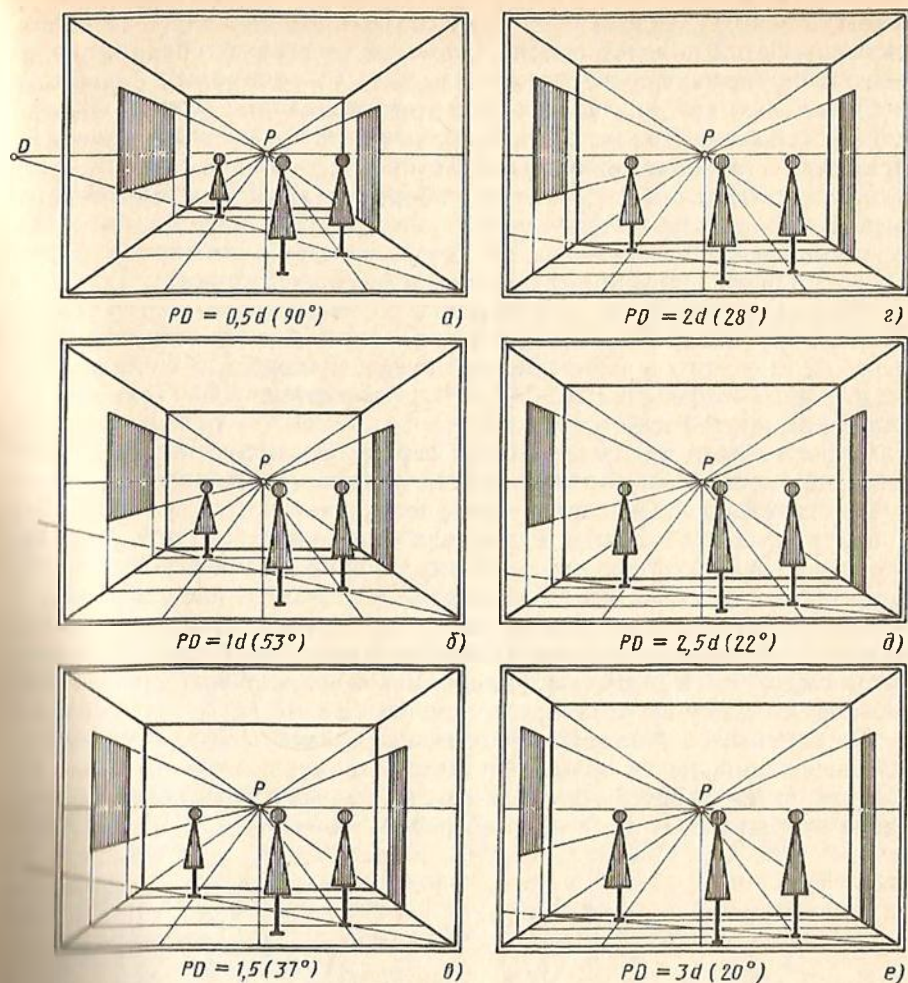


Рис. 12

почти неудаленной. Фигуры людей, расположенные на разной глубине, имеют почти одинаковую высоту, а все изображение кажется плоским.

Из этого примера можно сделать вывод, что при изображении на картине надо избегать слишком близкого или далекого расположения точки зрения. Первый и последний рисунки вызывают большое сомнение в правильности изображения комнаты, хотя перспективные изображения в каждом случае выполнены с соблюдением всех правил.

Для получения на картине достоверного зрительного образа следует правильно выбирать дистанционное расстояние. Так, например, для жанровой картины в интерьере, нужно брать зрительное расстояние равным примерно 1,5 диаметра поля ясного зрения, чтобы человек, рассматривающий ее, как бы стал участником изображаемо-

го действия и находился в этой комнате. При увеличении зрительного расстояния до 2 диаметров основания конуса ясного зрения зритель будет воспринимать сюжетное действие как бы со стороны. Объекты, изображенные при зрительном расстоянии, равном более 2,5 диаметра, становятся значительно удаленными и при низком горизонте сливаются и воспринимаются плоскими.

Следует иметь в виду, что при выборе очень малого допустимого зрительного расстояния (менее 1 диаметра) все предметы у края картины примут искаженную форму и их изображения не будут соответствовать правильному зрительному впечатлению.

Чтобы перспективное изображение соответствовало наилучшему зрительному восприятию, вся картина должна находиться в пределах поля ясного зрения. Величина угла ясного зрения при этом должна быть в пределах $37...28^\circ$, что соответствует 1,5...2 диаметрам основания конуса ясного зрения.

Отсюда нужно уметь правильно определять в соответствии с заданными элементами картины величину поля и угла ясного зрения, а следовательно, и дистанционное расстояние.

На рисунке 13, а заданы картина и ее элементы (hh , P , PD). Требуется определить поле и величину угла ясного зрения. Их строят следующим способом. Из главной точки радиусом, равным расстоянию от нее до наиболее удаленного угла картины, проводят окружность — поле ясного зрения. Соединив концы вертикального диаметра окружности с дистанционной точкой, определяют при ней натуральную величину угла ясного зрения (α).

На рисунке 13, б заданы картина и ее элементы (hh , P , $\alpha = 40^\circ$). Требуется определить положение дистанционной точки. Вначале из главной точки радиусом до наиболее удаленного угла картины проводят окружность — поле ясного зрения. Затем через верхний (или

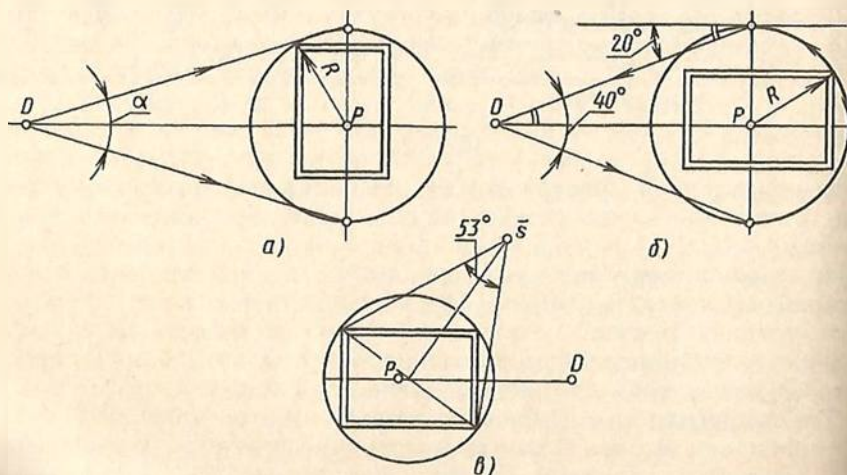


Рис. 13

нижний) конец вертикального диаметра проводят прямую параллельно линии горизонта и к ней строят угол 20° . Продолжив сторону угла до пересечения с линией горизонта, определяют положение дистанционной точки, которую соединяют с нижним концом вертикального диаметра. При дистанционной точке эти прямые образуют угол ясного зрения, который соответствует заданному, т. е. 40° .

Заметим, что диаметр поля ясного зрения будет равен диагонали картины, если линия горизонта проходит по ее середине, а главная точка совпадает с ее геометрическим центром. Как правило, на практике художники для определения дистанционного расстояния используют диагональ картины даже при смещенном положении главной точки от ее центра. Эта погрешность допустима, поскольку расхождение этих величин бывает невелико.

На рисунке 13, в заданы картина и ее элементы (hh , P , PD). Требуется определить поле и величину угла ясного зрения практическим способом. На картине проводят диагональ и строят к ней серединный перпендикуляр, равный по величине дистанционному расстоянию (PD). Прямые, соединяющие концы диагонали и совмещенную точку зрения (S), перенесенную на перпендикуляр, образуют при ней угол ясного зрения (53°). В данном примере дистанционное расстояние равно диагонали картины.

При рисовании с натуры важно также правильно определять расстояние от зрителя до изображаемых предметов или объектов, знать, как и где сесть рисующему, чтобы предметы попали в поле ясного зрения. При рисовании с натуры, например, фигуры человека достаточно отойти на расстояние, равное двум величинам его роста.

При рисовании с натуры натюрморта поле ясного зрения, в которое должны попасть изображаемые объекты, определяют практически приемом. На вытянутой руке раздвигают крайние пальцы (большой и мизинец), и расстояние между их концами определяет радиус основания круга, соответствующего полю ясного зрения. При этом конец одного пальца должен совпадать с центром этого круга, т. е. с главной точкой картины.

Таким образом, правильный выбор (или задание) элементов картины при рисовании способствует такому восприятию перспективного изображения объектов, которое наиболее близко зрительному восприятию.

Некоторые отклонения в наглядности перспективных изображений и их причины. Очень часто изображения, построенные по правилам и законам перспективы, не создают в полной мере точного и ясного представления о предметах и не соответствуют зрительному восприятию их в натуре. Это явление естественное, и оно может иметь место по целому ряду причин. Назовем некоторые из них.

Перспектива картины и построенные на ней изображения по законам перспективы оказались за пределами поля ясного зрения человека, так как неточно было задано или определено дистанционное расстояние.

Из ранее сказанного известно, что отображенный предмет на

сетчатке глаза получается на сферической поверхности, тогда как в линейной перспективе изображения строят на плоскости. Поэтому полученный образ предмета и изображение его на картине несколько различаются.

Известно, что восприятие человеком окружающего мира осуществляется двумя глазами, т. е. бинокулярным зрительным аппаратом, хотя получается один зрительный образ. В перспективе предполагается одна точка зрения, один глаз, т. е. монокулярное зрение. Практически можно убедиться в этом, если рассматривать, например, толстую пластину с близкого расстояния, расположив ее между глазами. Тогда одновременно можно увидеть две противоположные вертикальные ее грани. Поэтому при бинокулярном зрении возникает эффект обратной перспективы, если предмет слишком близко расположен и имеет резкое искажение. При удалении предмета (пластины) различие в восприятии правым и левым глазом постепенно уменьшается. На большом допустимом расстоянии это различие станет незначительным и зрительное восприятие предмета будет приближаться к перспективному изображению. Восприятие двумя глазами условно соответствует восприятию одним воображаемым глазом, помещенным в середине между ними, и называется *циклопическим*.

Таким образом, чтобы избежать перспективных искажений, в практике художников, архитекторов, дизайнеров делается соответствующая корректировка, которая устраняет это несоответствие и приближает изображения, построенные на картине, к зрительному восприятию натуры.

Часто в картинах великих мастеров наблюдаются умышленные отступления от правил и законов линейной перспективы. Они вызваны необходимостью подчеркнуть замысел художника, раскрыть сюжет картины в определенном аспекте, сосредоточить внимание зрителя на главном объекте, усилить зрительное впечатление.

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Какие художники до XVIII в., по вашему мнению, внесли существенный вклад в развитие перспективы? Дайте обоснование вашему суждению.
2. Кто из русских художников-педагогов придавал большое значение изучению перспективы?
3. Что такое перспектива? Дайте определение понятию «перспектива».
4. Какие виды перспективы применяют в настоящее время в практике изобразительного искусства? В чем их сущность?
5. В чем заключается сущность метода центрального проецирования?
6. Назовите элементы проецирующего аппарата.
7. Назовите элементы картины. Как они связаны с элементами проецирующего аппарата?
8. Как задают элементы картины при создании композиции? Как определяют и задают элементы картины при рисовании с натуры?
9. Что такое поле зрения человека и как его определяют?
10. Что такое поле и угол ясного зрения?
11. Определите угол ясного зрения, если диаметр поля ясного зрения 40 мм, а дистанционное расстояние 60 мм.
12. Определите дистанционное расстояние, если диаметр поля ясного зрения 50 мм, а угол ясного зрения составляет 30° .

ИЗОБРАЖЕНИЕ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ В ПЕРСПЕКТИВЕ

§ 5. ПЕРСПЕКТИВА ТОЧКИ И ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ

Все предметы и явления окружающей нас действительности представляют собой совокупность точек, прямых, плоскостей. Точка является основным и простейшим геометрическим элементом пространства. С нее начинают изучение и построение перспективных изображений на картине.

В предметной плоскости проецирующего аппарата зададим точку A' (рис. 14, а). Требуется построить ее перспективу. Сначала наприимлют в точку A' луч зрения SA' и находят точку пересечения его с картиной. Для этого через высоту точки зрения Ss и проецирующий луч SA' проводят вспомогательную плоскость, соединив точку стояния s с проекцией точки a' ($A' \equiv a'$). Затем строят линию пересечения вспомогательной плоскости с картиной. Для этого отмечают точку a_0 пересечения оснований картины и вспомогательной плоскости. Вспомогательная плоскость горизонтально-проецирующая, так как она проходит через перпендикуляр Ss и картина перпендикулярна к предметной плоскости. Следовательно, линия их пересечения будет также перпендикулярна к предметной плоскости и к основанию картины. Поэтому через точку a_0 проводят прямую, перпендикулярную к основанию картины. Этот перпендикуляр пересечет луч зрения SA' в точке a , которая и будет искомым перспективным изображением точки A' , заданной в предметной плоскости. На картине (рис. 14, б) положение точки $A \equiv a$ определяют расстоянием $p_0 a_0$ от линии главного вертикала и перпендикуляром $a_0 A$ к основанию картины.

На том же проецирующем аппарате задана точка B' (см. рис. 14, а). Ее пространственное положение определяется перпендикуляром $B'b'$ к предметной плоскости, т. е. проекция b' является изображением точки B' . Сначала строят перспективу заданной точки. Для этого проводят лучи зрения в точку B' и ее проекцию b' и находят точки пересечения их с картиной. Заклучив лучи зрения и высоту точки зрения в горизонтально-проецирующую плоскость, соединяют точку стояния s с проекцией точки b' . После этого строят линию пересечения вспомогательной и картинной плоскостей и отмечают точку b_0 пересечения их оснований. Через полученную точку b_0 проводят в плоскости картины перпендикуляр к ее основанию. Точки пересечения лучей зрения с перпендикуляром (линией

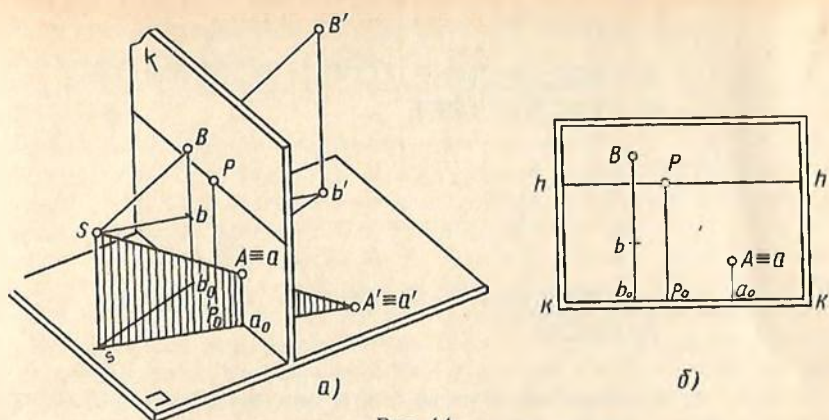


Рис. 14

пересечения плоскостей) определяют перспективу точки B и ее основания b . Отрезок Bb является перспективой расстояния, на котором точка B' находится от предметной плоскости.

На картине (см. рис. 14, б) пространственное положение точки B определяют расстоянием p_0b_0 влево от линии главного вертикала и перпендикуляром b_0B к основанию картины.

Сопоставим положение двух заданных точек в предметном пространстве с перспективным изображением их на картине. На проецирующем аппарате точка A' расположена ближе к зрителю, чем точка B' . На картине это отражено расстоянием вторичных проекций a и b точек A и B до основания картины a_0 и b_0 ($aa_0 < bb_0$).

Для построения перспективы точки направляют лучи зрения в данную точку и ее проекцию на предметной плоскости и находят точки пересечения их с картиной. Для этого через высоту точки зрения и проецирующие лучи проводят вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость и строят линию пересечения ее с картиной. Точки пересечения лучей зрения с линией пересечения плоскостей определяют перспективу заданной точки и ее проекции.

Заметим, что точка A' лежит в предметной плоскости. Ее расстояние от предметной плоскости равно 0, поэтому проекция точки a' на предметную плоскость совпадает с самой точкой A' ($A' \equiv a'$). Точка B' находится в предметном пространстве на расстоянии $B'b'$ от предметной плоскости.

Положение точки называется частным, если она лежит в предметной или картинной плоскости. Положение точки называется общим, если она расположена в предметном пространстве и находится на некотором расстоянии от предметной и картинной плоскостей.

На основании вышеизложенного правила по изображению на картине можно определить пространственное положение точки. Так, на картине (рис. 15) задано семь точек (A, B, C, D, E, L, M). Требуется определить взаимное их положение.

Заметим, что четыре точки (A, B, C, D) расположены в левой

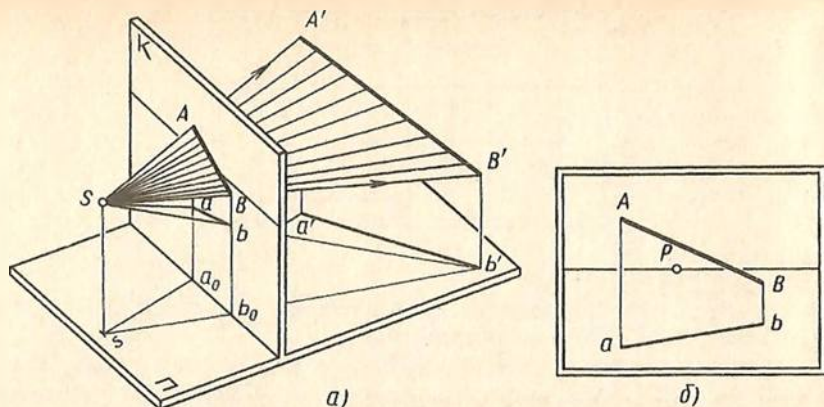


Рис. 16

§ 6. ПЕРСПЕКТИВА БЕСКОНЕЧНО ПРОДОЛЖЕННОЙ ПРЯМОЙ

Зададим в предметной плоскости проецирующего аппарата произвольно направленную прямую $A'_0A'_\infty$ и построим ее перспективу (рис. 17, а). Для этого воспользуемся точкой A'_0 — началом прямой, в которой она пересекает основание картины. Перспектива этой точки совпадет с самой точкой ($A_0 \equiv A'_0$). Другую точку A'_1 отметим (зададим) на прямой произвольно и построим ее перспективу описанным выше способом (см. § 5). Отрезок A_0A_1 представит на картине перспективу некоторого участка заданной прямой.

Переместим вдоль заданной прямой точку A'_1 в положение $A'_2, A'_3, \dots$. Тогда на картине точка A_1 будет перемещаться вдоль прямой A_0A_∞ , занимая соответственно положения $A_2, A_3, \dots$. Заметим, что углы наклона лучей зрения, направленных в точки A'_1, A'_2, A'_3 , к высоте точки зрения увеличиваются и стремятся к 90° . Поэтому луч зрения, проведенный в бесконечно удаленную точку A'_∞ заданной прямой, будет направлен параллельно этой прямой ($\widehat{SA'_\infty} = 90^\circ$) и пересечет ее в несобственной точке предметного пространства. Точка A_∞ (пересечения луча зрения с картиной) является перспективой бесконечно удаленной точки заданной прямой $A'_0A'_\infty$. Из построения видно, что перспектива прямой $A'_0A'_\infty$ не может быть продолжена бесконечно, она имеет предел и ограничена предельной точкой A_∞ этой прямой (рис. 17, б). Перспективное изображение бесконечно удаленной точки прямой называется предельной точкой (рис. 18).

Для построения предельной точки бесконечно продолженной горизонтальной прямой проводят луч зрения параллельно заданной прямой и находят точку его пересечения с плоскостью картины. Для

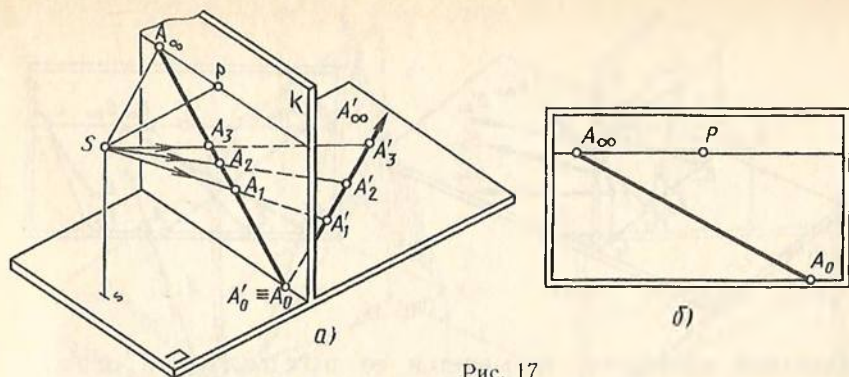


Рис. 17

этого через луч зрения и высоту точки зрения проводят вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость. Затем строят линию пересечения картинной и вспомогательной плоскостей, проведя перпендикуляр к основанию картины. Точка пересечения луча зрения с перпендикуляром определяет искомую предельную точку бесконечно продолженной прямой.

Заметим, что у любой прямой, лежащей в предметной плоскости ($A_0A'_\infty$, $B_0B'_\infty$, $E_0E'_\infty$) или ей параллельной ($L_0L'_\infty$), предельная точка находится от основания картины на расстоянии, равном высоте точки зрения (рис. 19, а, б). Следовательно, лучи зрения лежат в лучевой плоскости горизонта, а предельные точки этих прямых находятся на линии горизонта.

Итак, перспектива бесконечно продолженной прямой, лежащей в предметной плоскости или ей параллельной, ограничена предельной точкой, расположенной на линии горизонта. (Закон предельной точки бесконечно продолженной прямой.)

В § 3 на проецирующем аппарате линия горизонта определена как пересечение плоскости горизонта с картиной. Линию горизонта можно рассматривать как совокупность предельных точек бесконечно продолженных прямых, лежащих в предметной плоскости или ей параллельных.

В то же время бесконечно удаленные точки этих прямых образуют бесконечно удаленную прямую предметной плоскости. Перспектива бесконечно удаленной прямой, принадлежащей

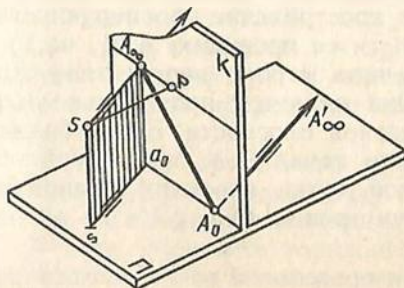


Рис. 18

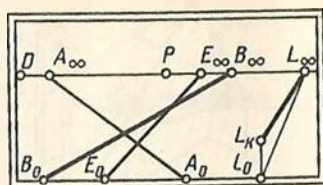
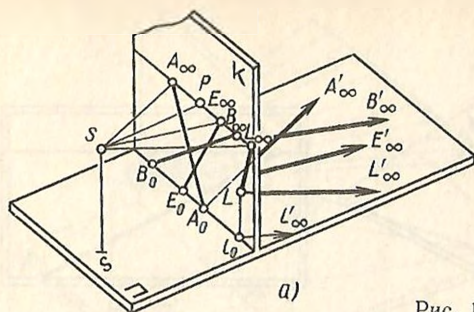


Рис. 19

предметной плоскости, называется ее предельной прямой, которая ограничивает на картине изображение предметной плоскости со всеми точками и прямыми, ей принадлежащими. Предельная прямая предметной плоскости называется линией горизонта.

Итак, бесконечно продолженная предметная плоскость в перспективе имеет предел и ограничена предельной прямой — линией горизонта. (Закон линии горизонта.)

§ 7. ПЕРСПЕКТИВА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

На проецирующем аппарате в предметном пространстве прямые могут быть расположены по-разному относительно предметной и картинной плоскостей, т. е. занимать общее или частное положение. Прямые общего положения расположены под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям (см. рис. 16, а, б). Прямые частного положения расположены параллельно или перпендикулярно к предметной и картинной плоскостям (см. рис. 17, 18).

Прямая общего положения в зависимости от направления может быть восходящей и нисходящей. Восходящей называется такая прямая, которая, удаляясь от зрителя, направлена снизу вверх. Нисходящей называется такая прямая, которая, удаляясь от зрителя, направлена сверху вниз.

Рассмотрим построение перспективы восходящей прямой. Задан в предметном пространстве проецирующего аппарата восходящую прямую $A'A'_\infty$ и ее проекцию $A'a'_\infty$ на предметную плоскость (рис. 20, а). Сначала строят перспективу Aa_∞ проекции восходящей прямой. Она является произвольно направленной прямой, лежащей в предметной плоскости. Ее изображение на картине получают построением точки A и предельной точки a_∞ . Для определения предельной точки проекции данной прямой параллельно ей направляют луч зрения ($Sa_\infty \parallel A'a'_\infty$) до пересечения с линией горизонта.

Для построения предельной точки восходящей прямой направляют

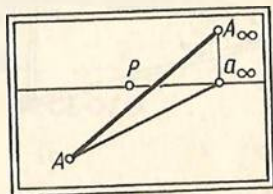
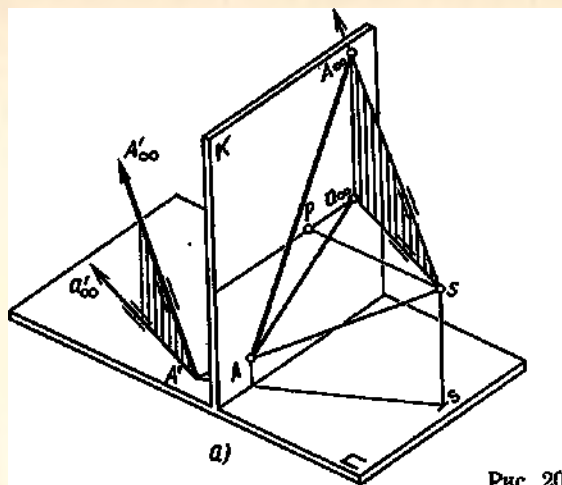


Рис. 20

ют параллельно ей луч зрения ($SA_{\infty} \parallel A'A'_{\infty}$) и находят точку его пересечения с плоскостью картины. Лучевая плоскость $SA_{\infty}a_{\infty}$ является горизонтально-проецирующей, так как по построению она параллельна плоскости восходящей прямой. Она пересекает картину по прямой $A_{\infty}a_{\infty}$, перпендикулярной к линии горизонта. Отсюда луч зрения SA_{∞} пересекает картину в точке A_{∞} , расположенной на перпендикуляре $a_{\infty}A_{\infty}$ к линии горизонта.

На картине, соединив точку A с предельными точками прямой A_{∞} и ее проекции a_{∞} , получают перспективное изображение восходящей прямой общего положения (рис. 20, б).

Итак, восходящая прямая общего положения в перспективе ограничена предельной точкой, которая находится над линией горизонта и лежит на перпендикуляре, проведенном через предельную точку проекции этой прямой. (Закон предельной точки восходящей прямой общего положения.)

Рассмотрим построение перспективы нисходящей прямой общего положения. Зададим в предметном пространстве проецирующего аппарата нисходящую прямую $A'A'_{\infty}$ и ее проекцию $a'a'_{\infty}$ на предметную плоскость (рис. 21, а).

Сначала строят перспективу точки A и ее проекции a нисходящей прямой. Затем находят предельные точки A_{∞} и a_{∞} нисходящей прямой и ее проекции. Для этого проводят луч зрения параллельно заданной прямой ($SA_{\infty} \parallel a'a'_{\infty}$). В пересечении луча зрения с линией горизонта отмечают предельную точку a_{∞} проекции нисходящей прямой.

Затем проводят луч зрения параллельно нисходящей прямой общего положения ($SA_{\infty} \parallel A'A'_{\infty}$) и строят точку его пересечения с картиной. Она находится на линии пересечения лучевой плоскости с картиной. Лучевая плоскость горизонтально-проецирующая, так как параллельна плоскости, образованной заданной нисхо-

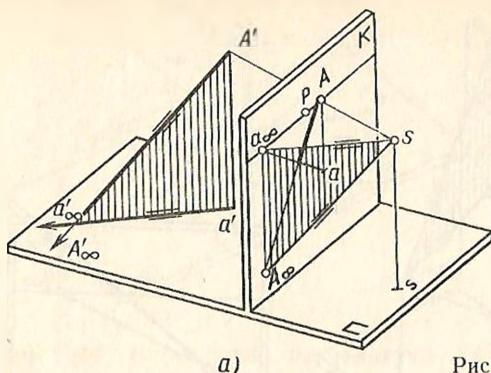
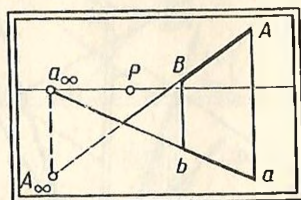


Рис. 21



б)

дущей прямой и ее проекцией на предметную плоскость. Поэтому лучевая плоскость пересечет картину по прямой $A_{\infty}a_{\infty}$, перпендикулярной к линии горизонта. Отсюда луч зрения SA_{∞} пересечет картину в точке A_{∞} , лежащей на перпендикуляре к линии горизонта.

На картине, соединив точку A с A_{∞} и точку a с a_{∞} , получают перспективное изображение нисходящей прямой общего положения (рис. 21, б).

Итак, нисходящая прямая общего положения в перспективе ограничена предельной точкой, которая находится под линией горизонта и на перпендикуляре, проведенном через предельную точку проекции этой прямой. (Закон предельной точки нисходящей прямой общего положения.)

Рассмотрим примеры построения предельных точек восходящей и нисходящей прямых общего положения, заданных на картине отрезком.

Пример 1. На картине (рис. 22) задан отрезок AB восходящей прямой общего положения. Требуется построить его предельную точку. Для этого продолжают вторичную проекцию отрезка на предметную плоскость до пересечения с линией горизонта и отмечают его предельную точку a_{∞} . Через точку a_{∞} проводят вверх перпендикуляр к линии горизонта. Продолжив отрезок AB до пересечения с перпендикуляром, находят предельную точку A_{∞} восходящей прямой.

Пример 2. На картине (см. рис. 21, б) задан отрезок AB нисходящей прямой общего положения. Требуется построить его предельную точку.

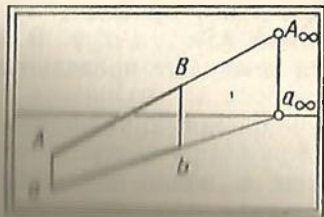


Рис. 22

дельную точку. Для этого продолжают вторичную проекцию ab этого отрезка на предметную плоскость до пересечения с линией горизонта и отмечают ее предельную точку a_{∞} . Через точку a_{∞} проводят вниз перпендикуляр к линии горизонта. Продолжив до пересечения с перпендикуляром отрезок AB , находят его предельную точку A_{∞} . Заметим, что предельная точка A_{∞} нисходящей прямой AB общего положения будет находиться под линией горизонта.

§ 8. ПРЯМЫЕ ЧАСТНОГО И ОСОБОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Прямые частного положения расположены параллельно или перпендикулярно к предметной или картинной плоскости. Рассмотрим случаи частного положения прямой на проецирующем аппарате и на картине.

Горизонтальные прямые. Прямые, лежащие в предметной плоскости или ей параллельные, называются горизонтальными.

Относительно картинной плоскости горизонтальные прямые могут быть расположены по-разному: параллельно, перпендикулярно и под произвольным углом. Рассмотрим их.

1. В предметном пространстве проецирующего аппарата (рис. 23, а) задана прямая $A'B'$, параллельная предметной и картинной плоскостям, а следовательно, и линии их пересечения, т. е. основанию картины. Требуется построить перспективу этой прямой. Для этого направляют ко всем ее точкам лучи зрения, которые образуют лучевую плоскость, пересекающую картину по прямой AB , параллельной основанию картины. Таким же путем строят перспективу проекции ab заданной прямой на предметную плоскость, которая также будет параллельна основанию картины (рис. 23, б).

Признаком параллельности горизонтальной прямой к предметной и картинной плоскостям является параллельность данной пря-

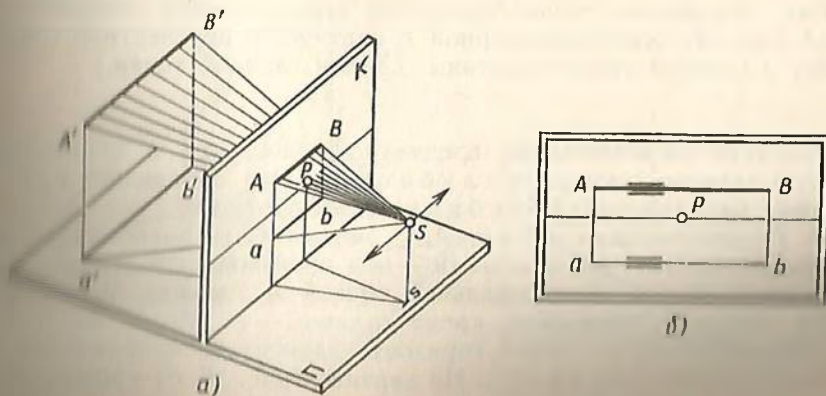


Рис. 23

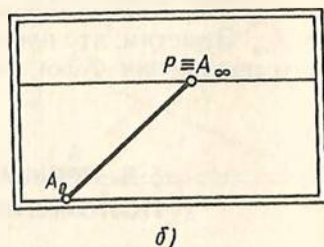
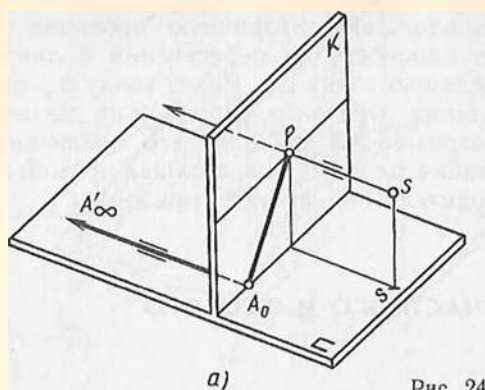


Рис. 24

мой и ее проекции основанию картины. Такая прямая определяет одно из главных направлений — ширину измерения.

Горизонтальная прямая, одновременно параллельная предметной и картинной плоскостям, в перспективе расположена параллельно основанию картины и предельной точки не имеет. Действительно, если из точки S направить лучи зрения в обе стороны параллельно этой прямой (см. рис. 23, а), то они будут находиться в нейтральной плоскости и, следовательно, будут параллельны картине. Их пересечение с картиной будет в несобственной точке промежуточного (нейтрального) пространства.

2. В предметном пространстве проецирующего аппарата задана бесконечно продолженная прямая, лежащая в предметной плоскости и расположенная перпендикулярно к картине, а следовательно, и к ее основанию (рис. 24, а). Требуется построить перспективу этой прямой. Сначала отмечают точку A_0 , принадлежащую картине. Затем строят предельную точку этой прямой. Для этого параллельно ей направляют луч зрения SP , который пересечет картину в главной точке. Следовательно, для данной прямой предельной точкой будет главная точка картины P (рис. 24, б).

Итак, предельная точка бесконечно продолженной горизонтальной прямой, перпендикулярной к картине, в перспективе совпадает с главной точкой картины. (Закон главной точки.)

Прямую, параллельную предметной плоскости и перпендикулярную картине, называют глубиной. Она определяет одно из главных направлений — глубину измерения.

3. Горизонтальная прямая $A_k A'_\infty$ может быть расположена параллельно предметной плоскости и под произвольным углом к картине (рис. 25, а). Ее предельной точкой A_∞ может быть любая точка на линии горизонта, кроме главной — P . Место положения предельной точки на линии горизонта зависит от направления заданной прямой ($SA_\infty \parallel A_k A'_\infty$). На картине (рис. 25, б) прямая $A_k A'_\infty$ параллельна предметной плоскости, а прямая $B_0 B_\infty$ лежит в предмет-

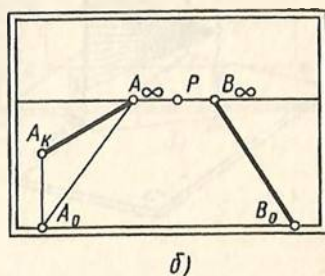
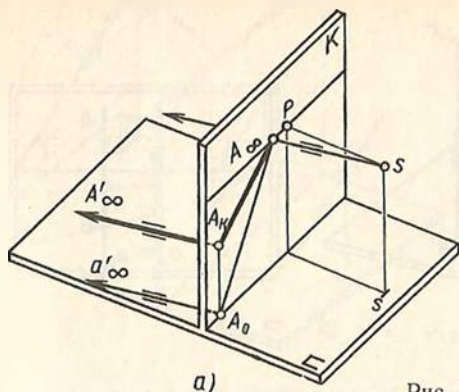


Рис. 25

ной плоскости. Обе прямые, произвольно направленные, и составляют в натуре с основанием картины произвольный угол.

Горизонтальная прямая, параллельная предметной плоскости и составляющая с картиной произвольный угол, в перспективе имеет предельную точку на линии горизонта — любую, кроме главной.

Заметим, что среди горизонтальных прямых имеются такие, которые расположены к картинной плоскости под углом 45° . Для построения предельной точки этой прямой на проецирующем аппарате (рис. 26, а) проводят параллельно ей луч зрения. В плоскости горизонта образуется прямоугольный треугольник SPD , у которого при вершине P угол 90° , а при вершине S — 45° (по построению). Тогда третий угол этого треугольника будет также равен 45° . Следовательно, данный треугольник прямоугольный и равнобедренный, у которого катеты SP и PD равны, а третья вершина D является аэриационной точкой.

Если на картине задана прямая, лежащая в предметной плоскости или ей параллельная, с предельной точкой D , то в натуре угол наклона к основанию картины составляет 45° (рис. 26, б).

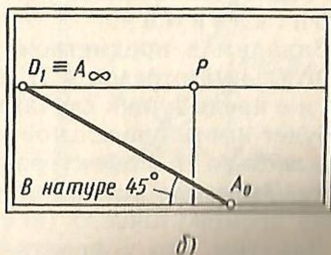
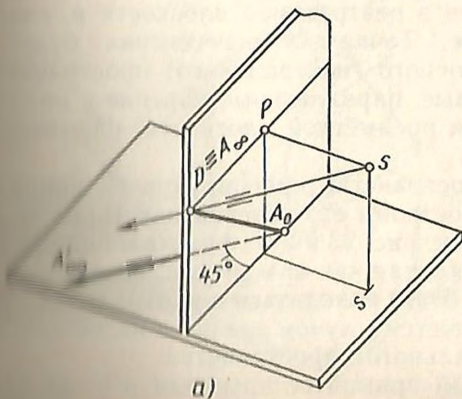


Рис. 26

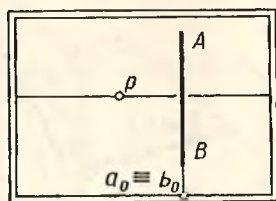
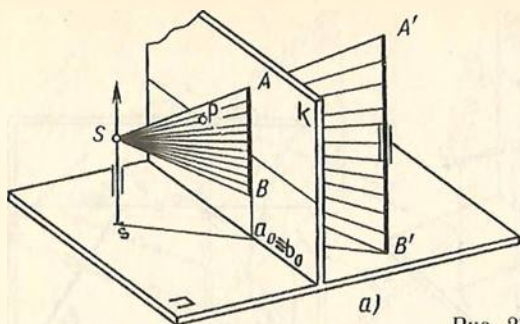


Рис. 27

Итак, предельной точкой горизонтальной прямой, расположенной под углом 45° к картинной плоскости, в перспективе является дистанционная точка. (Закон дистанционной точки.)

Вертикальные прямые. Прямые, перпендикулярные к предметной плоскости, а следовательно, параллельные картине, называются вертикальными.

Зададим в предметном пространстве проецирующего аппарата вертикальную прямую $A'B'$ и построим ее перспективу (рис. 27, а). Для этого направим ко всем точкам этой прямой проецирующие лучи, которые в совокупности образуют лучевую горизонтально-проецирующую плоскость, поскольку она проходит через прямую $A'B'$, перпендикулярную к Π . Отсюда линия пересечения лучевой плоскости с картиной будет тоже перпендикулярна к предметной плоскости Π , а следовательно, и к основанию картины. Отрезок AB на линии пересечения плоскостей является перспективой заданного вертикального отрезка $A'B'$ (рис. 27, б).

Вертикальная прямая на картине расположена перпендикулярно к ее основанию и предельной точки не имеет. Она определяет одно из главных направлений — высоту измерения. И действительно, если через точку зрения направить луч параллельно данной прямой, то он будет находиться в нейтральной плоскости и, следовательно, параллелен картине. Точка их пересечения будет в несобственной точке промежуточного (нейтрального) пространства.

Фронтальные прямые. Прямые, параллельные картине и наклонные под произвольным углом к предметной плоскости, называются фронтальными.

Зададим в предметном пространстве проецирующего аппарата фронтальный отрезок $A'B'$ и построим его перспективу (рис. 28, а). Как и в предыдущих случаях (см. рис. 23 и 27), фронтальная прямая не будет иметь предельной точки, так как луч зрения, направленный параллельно ей в обе стороны, будет находиться в нейтральной плоскости. Заданная прямая пересечется с лучом зрения в несобственной точке промежуточного (нейтрального) пространства.

Заметим, что у фронтальной прямой ее проекция $a'b'$ на предметную плоскость расположена параллельно основанию картины.

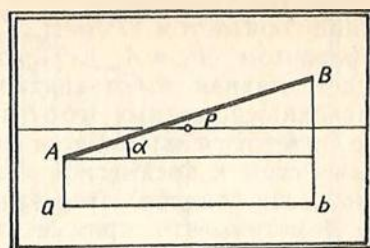
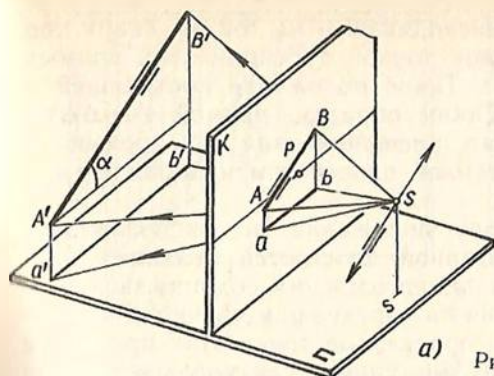


Рис. 28

Следовательно, перспективное изображение проекции ab фронтальной прямой также будет параллельно основанию картины (рис. 28, б). Из построения также видно, что перспективное изображение отрезка AB параллельно самому отрезку $A'B'$. Следовательно, в перспективе сохраняется натуральная величина угла α наклона фронтальной прямой к ее вторичной проекции, т. е. к предметной плоскости.

Перспектива фронтальной прямой не имеет предельной точки и определяется параллельностью ее вторичной проекции основанию картины, а также величиной угла наклона к предметной плоскости.

Прямые особого положения. Прямая может находиться под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям и в то же время быть параллельна плоскости главного луча зрения. Тогда ее проекция на предметную плоскость, расположенная перпендикулярно к картинной плоскости, будет глубинной прямой с предельной точкой P .

На просцирующем аппарате (рис. 29, а) видно, что предельная точка P , восходящей прямой находится на линии главного вертикала

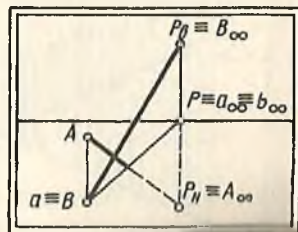
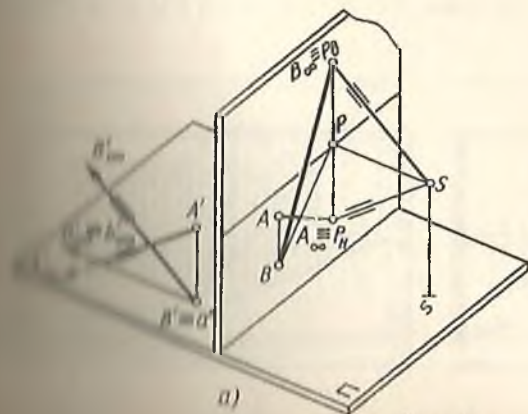


Рис. 29

и над горизонтом ($P_v \equiv B_\infty$), а нисходящей — на той же линии под горизонтом ($P_n \equiv A_\infty$). Предельной точкой проекций этих прямых будет главная точка картины P . Такое положение восходящей и нисходящей прямых особое. Таким образом, прямой особого положения называется прямая, расположенная под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям и параллельная плоскости главного луча зрения.

Заметим, что прямые особого положения по расположению относительно предметной и картинной плоскостей являются прямыми общего положения, так как находятся к ним под произвольным углом. По признакам изображения на картине они являются прямыми частного положения, так как предельные точки этих прямых, а также их проекций находятся на линии главного вертикала (рис. 29, б). Прямые особого положения могут быть восходящими и нисходящими. Они имеют предельные точки.

Предельная точка восходящей прямой особого положения находится на линии главного вертикала над горизонтом, а ее проекция — в главной точке. (Закон предельной точки восходящей прямой особого положения.) Предельная точка нисходящей прямой особого положения находится на линии главного вертикала под горизонтом, а ее проекция — в главной точке. (Закон предельной точки нисходящей прямой особого положения.)

§ 9. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

При решении ряда позиционных задач возникает необходимость строить следы прямой. В перспективе следами прямой являются точки ее пересечения с предметной и картинной плоскостями. Точка пересечения прямой с предметной плоскостью называется ее предметным следом. Точка пересечения прямой с картинной плоскостью называется ее картинным следом.

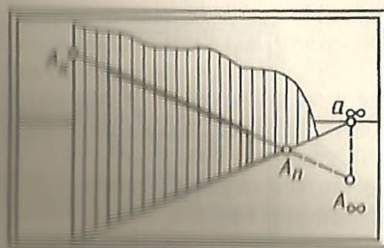


Рис. 30

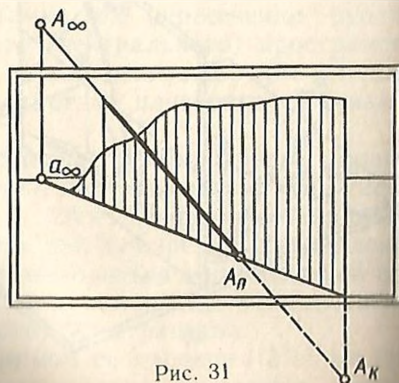


Рис. 31

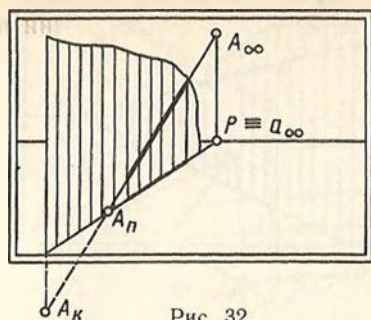


Рис. 32

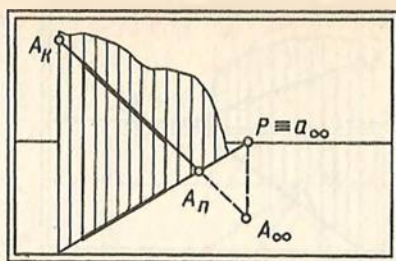


Рис. 33

Для построения следов прямой ее заключают в плоскость. Затем строят линии пересечения вспомогательной плоскости с предметной и картинной. Продолжив прямую до пересечения с полученными линиями, находят точки пересечения прямой с картинной (картинный след) и с предметной (предметный след) плоскостями.

На рисунке 30 показано построение в перспективе предметного A_n и картинного A_k следов нисходящей прямой $A_k A_n$ общего положения. На рисунке 31 дано построение в перспективе предметного A_n и картинного A_k следов восходящей прямой общего положения. В данном примере картинный след восходящей прямой располагается на продолжении картины под ее основанием.

Аналогично строят следы восходящей (рис. 32) и нисходящей (рис. 33) прямых особого положения.

Заметим, что прямые частного положения, как правило, имеют только один след. Так, фронтальная (рис. 34) и вертикальная (рис. 35) прямые имеют только предметный след A_n . Глубинная (рис. 36) и горизонтальная прямые, расположенные под произвольным углом к картинной плоскости (рис. 37), имеют только картинный след A_k . Горизонтальная прямая, расположенная параллельно предметной и картинной плоскостям, следов не имеет.

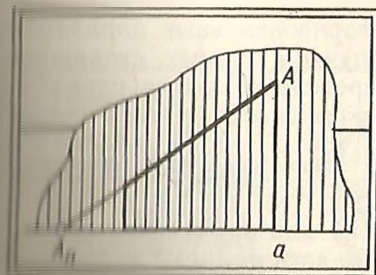


Рис. 34

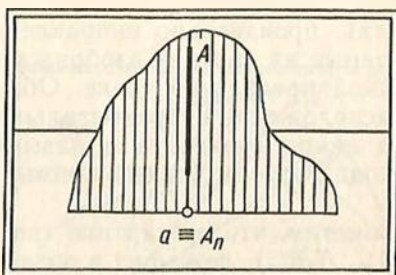


Рис. 35

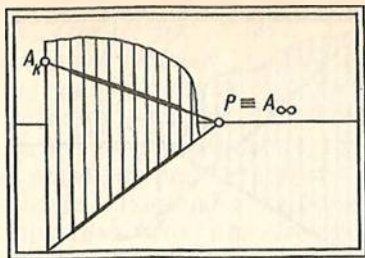


Рис. 36

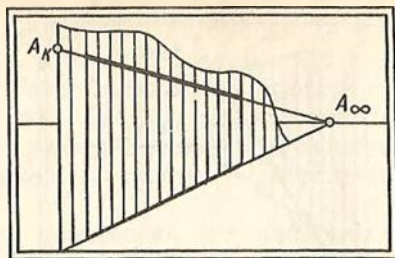


Рис. 37

§ 10. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Относительно друг друга прямые могут быть параллельными, пересекающимися, скрещивающимися. Важно знать и уметь определять признаки взаимного положения двух прямых, изображенных на картине. Это даст возможность решать прямые (строить перспективу взаимного положения прямых) и обратные (определять их взаимное положение по изображению на картине) задачи.

Параллельные прямые. Наиболее часто встречаются параллельные прямые. Из практики наблюдательной перспективы известно, что параллельные прямые кажутся нам сходящимися в одной точке (железнодорожное полотно, шоссе, улица и т. д.). Для обоснования такого явления обратимся к проецирующему аппарату.

Зададим на проецирующем аппарате (рис. 38, а) пучок параллельных прямых ($A'_0A'_\infty, B'_0B'_\infty$), произвольно расположенных в предметной плоскости и ей параллельной ($E_0E'_\infty$). Построим перспективу каждой прямой. Для этого воспользуемся имеющимися точками A_0, B_0, E_0 , т. е. картинными следами этих прямых. Определим предельную точку каждой прямой (см. рис. 18). Заметим, что для всех заданных прямых она будет общей — A_∞ , так как определяется одним и тем же лучом зрения SA_∞ , проведенным параллельно им до пересечения с линией горизонта.

Итак, произвольно направленные горизонтальные параллельные прямые на картине изображаются пучком прямых, сходящихся в одной предельной точке. Общая предельная точка произвольно расположенных горизонтальных параллельных прямых находится на линии горизонта и называется точкой схода. (Закон точки схода горизонтальных прямых.)

Известно, что на картине (рис. 38, б) для параллельных прямых, лежащих в предметной плоскости и ей параллельной, точка схода A_∞ может лежать в любом месте на линии горизонта в зависимости от их направления. Параллельные прямые, глубинные, т. е. расположенные перпен-

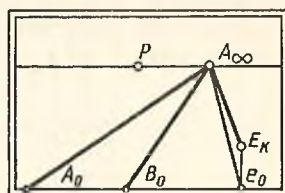
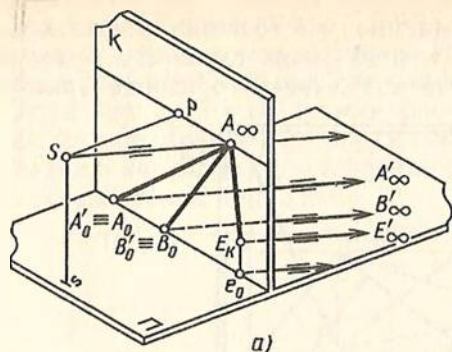


Рис. 38

дикулярно картинной плоскости, то точкой схода их будет главная точка P (рис. 39).

Итак, точкой схода глубинных параллельных прямых является, главная точка картины. (Закон точки схода пучка глубинных прямых.)

Рассмотрим перспективу восходящих параллельных прямых общего положения (рис. 40). Если восходящие прямые параллельны, то их проекции на предметную плоскость также между собой параллельны. Проекции параллельных прямых лежат в предметной плоскости, поэтому будут иметь общую предельную точку a_∞ — точку схода на линии горизонта. Тогда точка схода A_∞ восходящих параллельных прямых будет лежать на перпендикуляре, проведенном в линии горизонта через точку схода a_∞ их проекций.

Итак, восходящие параллельные прямые общего положения имеют точку схода, расположенную над линией горизонта в произвольном месте и лежащую на одном перпендикуляре с точкой схода проекций этих прямых. (Закон точки схода пучка восходящих прямых общего положения.)

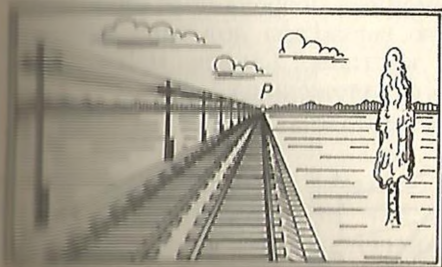


Рис. 39

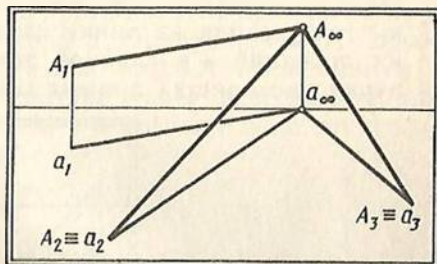


Рис. 40

Аналогично строят изображения нисходящих параллельных прямых. Разница лишь в том, что их точка схода B_∞ будет расположена в произвольном месте под линией горизонта (рис. 41).

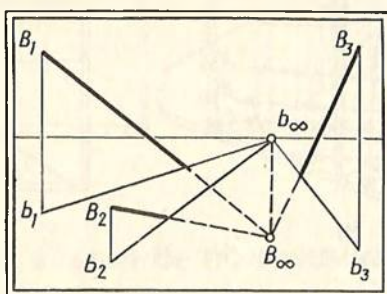


Рис. 41

Итак, нисходящие параллельные прямые общего положения имеют точку схода, расположенную под линией горизонта в произвольном месте и лежащую на одном перпендикуляре с точкой схода их проекций. (Закон точки схода пучка нисходящих прямых общего положения.)

Таким образом, признаком параллельности прямых общего положения, изображенных на картине, является расположение на одном перпендикуляре точек схода прямых и их проекций. При этом точка схода проекций параллельных прямых должна лежать на линии горизонта.

На рисунке 42 изображены две пары восходящих (A_1P_1 и A_2P_2) и нисходящих (B_1P_1 и B_2P_2) параллельных прямых особого положения. На основе общего правила их точки схода лежат на одном перпендикуляре к линии горизонта. Заметим, что в данном случае перпендикуляром является линия главного вертикала.

Итак, восходящие параллельные прямые особого положения имеют точку схода на линии главного вертикала над горизонтом, а их проекций — в главной точке. (Закон точки схода пучка восходящих прямых особого положения.)

Итак, нисходящие параллельные прямые особого положения имеют точку схода на линии главного вертикала под горизонтом, а их проекций — в главной точке картины. (Закон точки схода пучка нисходящих прямых особого положения.)

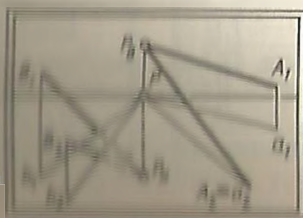
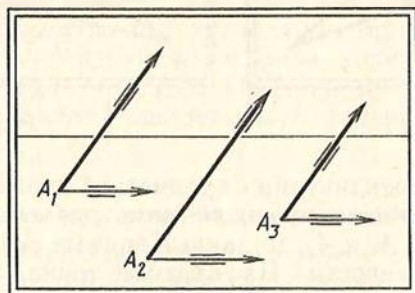


Рис. 42

Особые признаки имеют прямые частного положения, расположенные параллельно картине. Прямые, параллельные картине, изображаются на ней параллельными.

Если параллельные прямые фронтальные, то в перспективе они остаются параллельными между собой, а их проекции параллельны основанию картины, поскольку эти прямые и их проекции не имеют предельных точек (рис. 43).

Рис. 43



Если параллельные прямые вертикальные, то в перспективе они остаются вертикальными и параллельными между собой, так как они не имеют предельной точки (рис. 44).

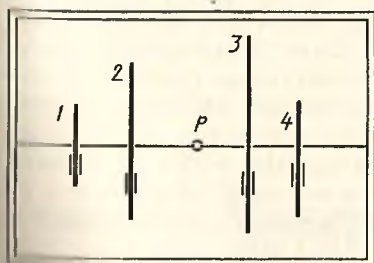


Рис. 44

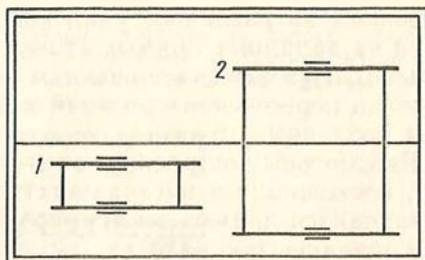


Рис. 45

Если параллельные прямые горизонтальные (параллельны картине и предметной плоскостям), то в перспективе они и их проекции остаются параллельными между собой и основанию картины (рис. 45).

Пересекающиеся прямые. Зададим на картине две пересекающиеся в точке A прямые (рис. 46). Тогда проекции этих прямых на предметную плоскость пересекаются в точке a . Причем точка a — проекция точки пересечения A данных прямых. Точки A и a находятся на одном перпендикуляре. Если на картине точки пересечения двух прямых и их проекций лежат на одном перпендикуляре, то данные прямые пересекаются между собой в действительности.

Скрещивающиеся прямые. Зададим на картине две скрещивающиеся прямые (рис. 47). Если прямые скрещиваются, то они не могут быть параллельными и не должны иметь общей точки. Следовательно, на картине точки пересечения прямых и их проекций не должны лежать на одном перпендикуляре. И действительно,

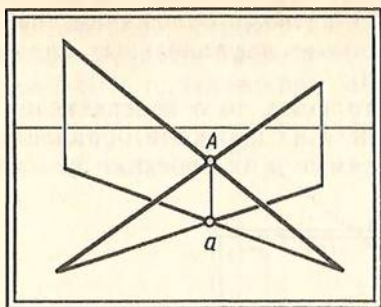


Рис. 46

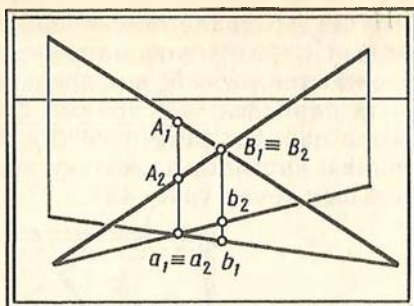


Рис. 47

если на картине перпендикуляр к предметной плоскости, проведенный из точки a_1 пересечения проекций двух прямых, пересекает их в двух разных точках A_1 и A_2 , то данные прямые скрещиваются между собой в действительности. На картине точка, кажущаяся пересечением двух прямых, является изображением двух различных точек B_1 и B_2 , лежащих на скрещивающихся прямых. Обе точки расположены на одном луче зрения и поэтому на картине совпадают.

Заметим, что основания этих слившихся на картине точек различно удалены от основания картины (b_1 ближе, b_2 дальше). Это указывает на различное удаление от картины соответствующих им точек на заданных прямых (точка B_1 ближе к зрителю, а точка B_2 дальше). Прямые скрещиваются в действительности, если на картине точка пересечения проекций данных прямых является проекцией двух различных точек.

Рассмотрим построение точек схода параллельных (горизонтальных, восходящих и нисходящих), а также пересекающихся и скрещивающихся прямых на примере перспективного изображения каркаса шалаша (рис. 48).

Прямые, проведенные через концы жердей (1, 2, 3, 4) и конек шалаша, являются произвольно направленными горизонтальными параллельными. Они имеют общую точку схода Q_∞ на линии гори-

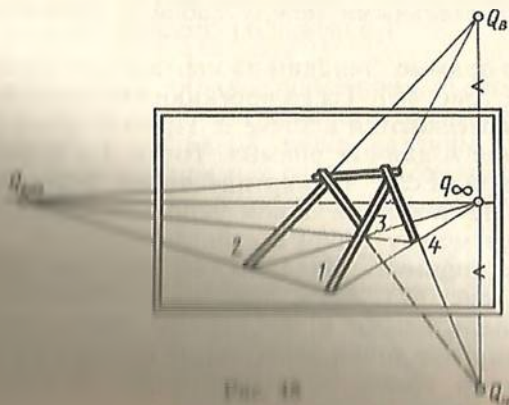


Рис. 48

зонта. Проекции наклонных жердей имеют точку схода q_{∞} на линии горизонта. Наклонные жерди (1 и 2) будут восходящими параллельными прямыми, и их точка схода Q_v находится над линией горизонта и на перпендикуляре, проходящем через точку схода их проекций q_{∞} . Другая пара (3 и 4) наклонных жердей шалаша является нисходящими параллельными прямыми, и точка схода их Q_n находится на том же перпендикуляре под линией горизонта. Заметим, что все жерди шалаша имеют одинаковый наклон к земле, поэтому точки схода для восходящих и нисходящих прямых должны находиться на одном перпендикуляре к линии горизонта и на одинаковом расстоянии ($Q_v q_{\infty} = Q_n q_{\infty}$). По данному рисунку нетрудно определить, какие элементы шалаша параллельны, пересекаются и скрещиваются.

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Какое положение точки в предметном пространстве называют общим, частным? Какие признаки на картине отражают это положение?
2. Как построить перспективу точки, заданной в предметном пространстве?
3. Задайте картину (100 мм $\times$ 70 мм) с ее элементами и 5 точек на ней: 1 — в предметной плоскости; 2 и 3 произвольно расположены в предметном пространстве, но находятся ниже линии горизонта, при этом 2 ближе, чем 1, а 3 дальше, чем 1; 4 и 5 находятся выше линии горизонта, при этом 4 на одинаковом удалении с 3, а 5 дальше.
4. На картине (рис. 49) условно заданы 8 точек: вершины двух деревьев, две голубицы на проводах птицы, две летящие птицы, лежащий на дороге предмет, вершина телеграфного столба. Определите по изображению на картине, какая из точек ближе и дальше, выше и ниже всех. Можно ли определить удаленность и высоту двух летящих птиц? Дайте обоснование вашему суждению.

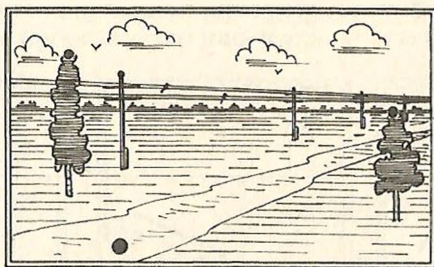


Рис. 49

5. Докажите, что перспектива прямой есть прямая.
6. Как построить перспективу отрезка?
7. Какое положение отрезка прямой называется общим, частным?
8. Как построить перспективу бесконечно продолженной прямой, лежащей в предметной плоскости или ей параллельной? Что называется предельной точкой прямой?
9. Что называется линией горизонта?
10. Что называется восходящей (нисходящей) прямой общего и особого положения? Как их построить на картине? Укажите признаки, определяющие эти прямые на картине.
11. На картине (рис. 50) заданы отрезки прямых. Определите их пространственное положение. Укажите, где будут находиться их предельные точки. Назовите прямые, изображенных на картине.
12. Какое частное положение может иметь прямая, расположенная в предметном пространстве? Какие признаки на картине определяют их положение?
13. На изображении домика на картине (рис. 51) определите положение его

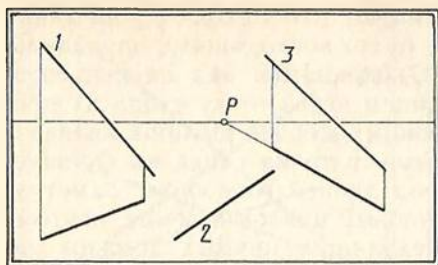


Рис. 50

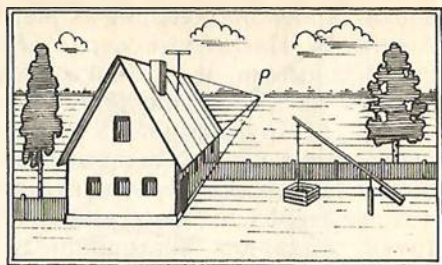


Рис. 51

элементов, отражающих горизонтальные, вертикальные, фронтальные, восходящие и нисходящие прямые.

14. Что называется следом прямой? Какие следы имеет прямая на картине? Как построить на картине следы прямой?

15. Сколько и какие следы будут иметь прямые: восходящие и нисходящие общего и особого положения, горизонтальные, фронтальные, вертикальные? Задайте на картине эти прямые и постройте их следы.

16. Что называется точкой схода прямых?

17. Где находится точка схода: глубинных прямых, восходящих и нисходящих общего и особого положения, горизонтальных прямых, расположенных произвольно и под углом 45° к картинной плоскости?

18. При каком положении параллельные прямые не имеют точек схода и остаются параллельными? Дайте обоснование вашему суждению.

ИЗОБРАЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ В ПЕРСПЕКТИВЕ

§ 11. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ В ПЕРСПЕКТИВЕ

В перспективе плоскость может быть задана различными способами: тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис. 52); прямой и точкой, не лежащей на этой прямой (рис. 53); двумя пересекающимися прямыми (рис. 54); двумя параллельными прямыми (рис. 55, а, б); геометрической фигурой, например треугольником (рис. 56). Однако на картине изображение плоскости указанными способами не обладает достаточной наглядностью, кроме последнего. Чтобы изображение плоскости в перспективе было более наглядным и удобным для решения задач на построение, ее задают следами.

В перспективе следом плоскости называют линию пересечения ее с предметной или картинной плоскостью. Линию пересечения с предметной плоскостью называют предметным следом, а линию пересечения с картиной — картинным следом.

Зададим на проецирующем аппарате произвольно расположенную в предметном пространстве плоскость Q' (рис. 57, а). Она пере-

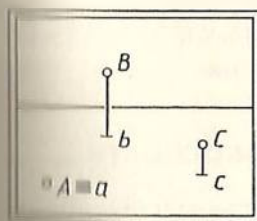


Рис. 52

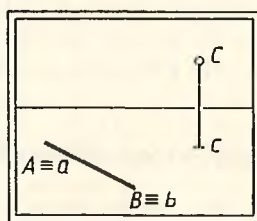


Рис. 53

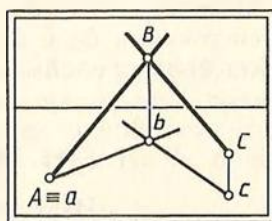
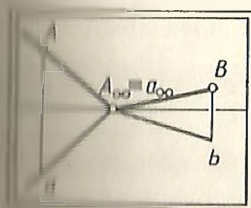
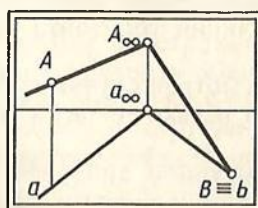


Рис. 54



а)

Рис. 55



б)

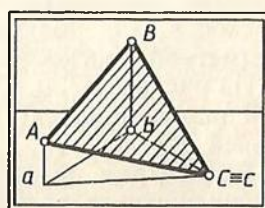


Рис. 56

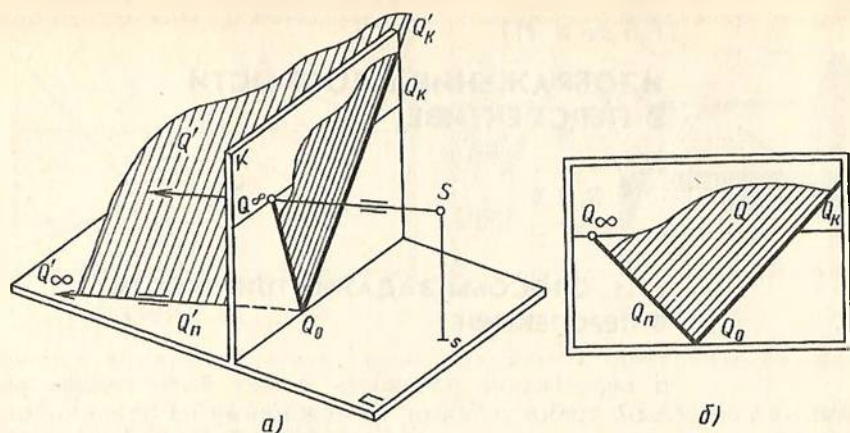


Рис. 57

сечет предметную и картинную плоскости соответственно по прямым Q'_n и Q'_k . Это предметный и картинный следы данной плоскости, пересекающиеся на основании картины в точке Q_0 .

Построим перспективу заданной плоскости. Перспективное изображение картинного следа Q_k этой плоскости совпадет с самим следом Q'_k . Перспективное изображение предметного следа Q_n может быть построено по двум точкам Q_0 и Q_∞ . Точка Q_0 находится на основании картины и принадлежит этому следу. Предельную точку Q_∞ можно получить на линии горизонта в пересечении с лучом зрения SQ_∞ , проведенным параллельно предметному следу Q'_n . В результате построения получают изображение плоскости Q на картине, заданной следами (рис. 57, б).

Заметим, что на картине предметный след плоскости всегда ограничен точками Q_0 и Q_∞ , в то время как картинный след плоскости может быть продолжен в обе стороны бесконечно.

§ 12. ПРЕДЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ ПЛОСКОСТИ

Известно, что бесконечно продолженная прямая в перспективе ограничена предельной точкой (см. рис. 17, 18). Отсюда плоскость в перспективе ограничена предельной прямой, которая образована совокупностью предельных точек прямых, лежащих в этой плоскости. Так получена линия горизонта как предельная прямая предметной плоскости.

На рисунке 57, а, б рассмотрен случай получения перспективы не всей заданной плоскости, а только ее части, поэтому она ограничена линией обрыва.

Рассмотрим на проецирующем аппарате (рис. 58, а) получение изображения на картине всей плоскости. Для этого строят ее предельную прямую. С этой целью из точки зрения S направляют пучок лучей в бесконечно удаленные точки прямых заданной плоскости

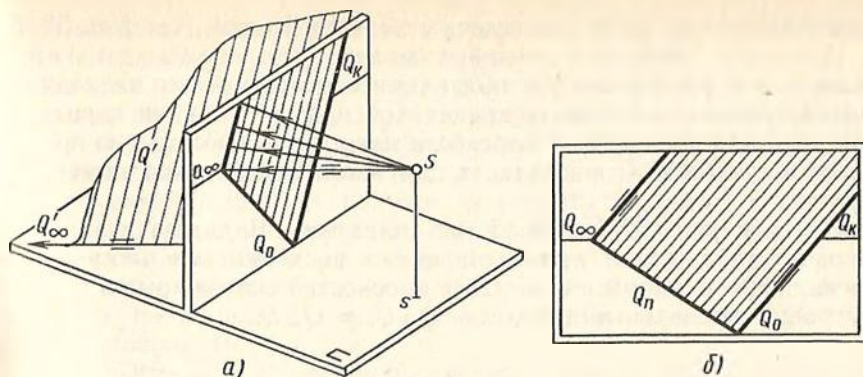


Рис. 58

Каждый луч пройдет параллельно плоскости Q' и пересечет картину в одной из точек искомой предельной прямой. Следовательно, совокупность направленных лучей зрения образует лучевую плоскость, расположенную параллельно заданной плоскости Q' . Линия пересечения лучевой плоскости с картиной представит предельную прямую данной плоскости Q' .

Из выполненных построений вытекают два положения: 1) предельная прямая плоскости параллельна ее картинному следу, так как обе прямые получены в результате пересечения двух параллельных плоскостей (лучевой и заданной) третьей плоскостью — картиной; 2) предельная прямая проходит через предельную точку предметного следа заданной плоскости, так как предельная точка — это перспектива одной из бесконечно удаленных точек прямой заданной плоскости. Отсюда следует, что предельную прямую плоскости, заданной следами, проводят через предельную точку предметного следа параллельно картинному (рис. 58, б).

Так, бесконечно продолженная плоскость общего положения в перспективе имеет предел и ограничена предельной прямой, которая проходит через предельную точку ее предметного следа параллельно картинному следу. (Закон предельной прямой плоскости общего положения.)

§ 13. ОБЩЕЕ, ОСОБОЕ И ЧАСТНОЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПЛОСКОСТИ

В предметном пространстве плоскость может быть расположена по-разному и занимать общее или частное положение. Таким положением плоскости называют такое, когда она наклонена к предметной и картинной плоскостям под произвольным углом. На картине общее положение плоскости (см. рис. 58, а) определяют следующими признаками: а) картинный след составляет произвольный угол с основанием картины; б) предельная точка предметного следа может быть в любом месте на

линии горизонта, но не совпадать с главной точкой (см. рис. 58, б).

Плоскость общего положения может быть восходящей и нисходящей. На картине признаком восходящей или нисходящей плоскости является наклон предельной прямой к линии горизонта. При этом для восходящей плоскости наклонную предельную прямую строят над линией горизонта, а для нисходящей — под линией горизонта.

На рисунке 59 изображена палатка. Видимые наклонная боковая стена и скат крыши являются восходящими плоскостями, а невидимые — нисходящими. Для плоскостей скатов крыши палатки построены предельные прямые — $Q_\infty Q_\theta$ и $Q_\infty Q_H$.

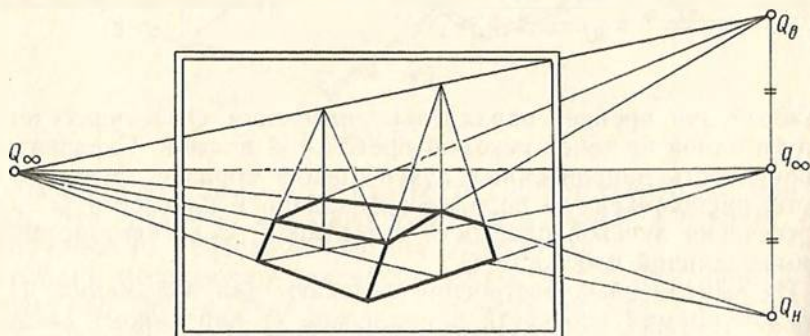


Рис. 59

На рисунках 60—66 изображены плоскости в виде прямоугольников, занимающих особое и частное положения относительно предметной и картинной плоскостей, и показаны признаки их положения на картине. На рисунке 67 такие положения плоскостей можно увидеть в изображении комнаты.

Особым положением плоскости называют такое, когда она наклонена под произвольным углом к картинной и предметной плоскостям, но следы ее, а следовательно, и сама плоскость параллельны основанию картины. По расположению в пространстве это плоскость общего положения, так как она наклонена к предметной и картинной плоскостям. По изображению на картине это плоскость частного положения, так как ее следы Q_K и Q_H параллельны основанию картины.

Плоскость особого положения может быть нисходящей

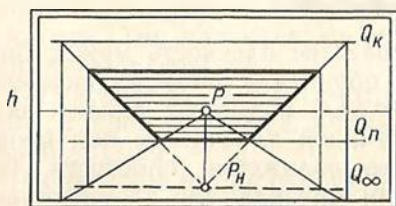


Рис. 60

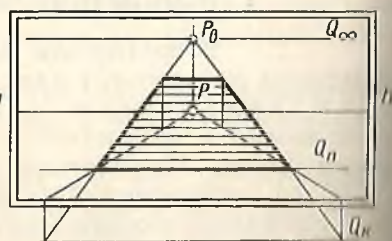


Рис. 61

когда направлена от зрителя сверху вниз (рис. 60), и восходящей, когда направлена от зрителя снизу вверх (рис. 61).

Заметим, что предельная прямая Q_∞ нисходящей плоскости расположена под линией горизонта параллельно ей и следам Q_k и Q_n . Предельная прямая восходящей плоскости расположена над линией горизонта параллельно ей и следам Q_k и Q_n . Примером нисходящей плоскости особого положения в комнате (рис. 67) является картина, висящая на фронтальной стене. Примером восходящей плоскости — ее верхняя и нижняя торцовые поверхности.

Частное положение плоскости будет в том случае, если она параллельна или перпендикулярна картинной и предметной плоскостям.

Если плоскость R перпендикулярна к предметной и картинной плоскостям, то ее называют глубинной. На картине (рис. 62) ее положение определяют следующими признаками: картинный

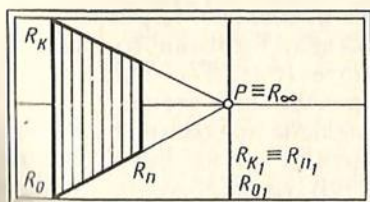


Рис. 62

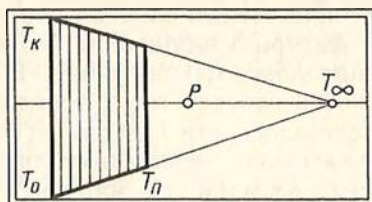


Рис. 63

след R_k перпендикулярен основанию картины ($R_k \perp kk$) и предельной точкой R_∞ предметного следа R_n является главная точка P . В комнате (рис. 67) положению этой плоскости соответствуют боковые стены.

Если глубинная плоскость R_1 проходит через главный луч зрения, то на картине оба ее следа совпадут ($R_{k1} \equiv R_{n1}$). Они пройдут через главную точку P перпендикулярно основанию картины ($R_{k1} \perp kk$ и $R_{n1} \perp kk$). Такое положение плоскости на картине невыгодно, и его нельзя использовать для решения задач на построение.

Если плоскость T перпендикулярна к предметной плоскости и составляет произвольный угол с картиной, то ее называют наклонной. На картине (рис. 63) ее положение определяют следующими признаками: картинный след T_k перпендикулярен основанию картины ($T_k \perp kk$) и предельной точкой T_∞ предметного следа T_n может быть любая точка на линии горизонта, кроме главной. В комнате (рис. 67) положению этой плоскости соответствует наклонная дверь.

Если плоскости V_1 и V_2 перпендикулярны картине и наклонены к предметной плоскости, то их также называют проецирующими. На картине (рис. 64) их положение определяют следующими признаками: предельной точкой V_∞ предметных следов V_{n1} и V_{n2} является главная точка P , картинные следы V_{k1} и V_{k2} расположены к основанию картины kk под произвольным углом. В комнате (рис. 67)

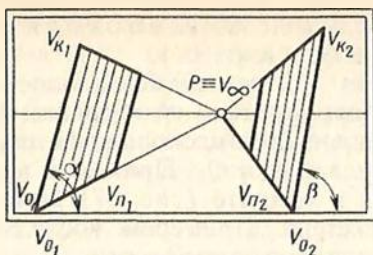


Рис. 64

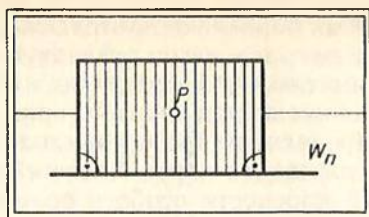


Рис. 65

положению такой плоскости соответствует наклонная картина, висящая на боковой стене.

Если плоскость W параллельна картине, а следовательно, перпендикулярна предметной плоскости, то ее называют фронтальной. На картине (рис. 65) ее положение определяют следующими признаками: предметный след W_{Π} параллелен основанию картины ($W_{\Pi} \parallel kk$), углы фигуры изображены без искажения. Картинного следа фронтальная плоскость не имеет. В комнате (рис. 67) положению этой плоскости соответствует передняя фронтальная стена.

Если плоскости J_1, J_2, J_3, J_4 параллельны предметной плоскости, а следовательно, перпендикулярны картине, то их называют горизонтальными. На картине (рис. 66) их положение определяют следующие признаки: картинные следы J_k параллельны основанию картины ($J_k \parallel kk$), предельные точки прямых, лежащих в горизонтальных плоскостях, находятся на линии горизонта. Предметного следа такие плоскости не имеют. В комнате (рис. 67) положению этих плоскостей соответствуют пол и потолок.

Если горизонтальная плоскость J_3 проходит через главный луч зрения, то ее картинный след совпадет с линией горизонта ($J_{k3} = hh$). Такое положение горизонтальной плоскости на картине ненаглядно, и его нельзя использовать для решения задач на построение.

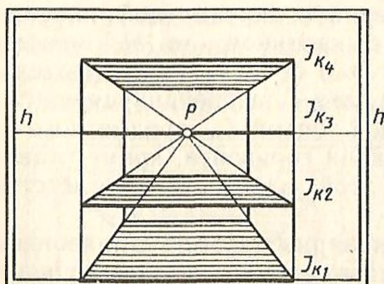


Рис. 66

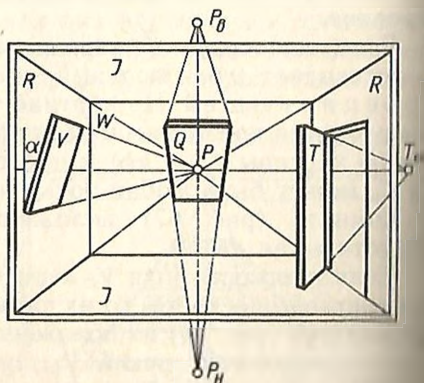


Рис. 67

§ 14. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

При построении перспективных изображений фигур или их элементов, а также различных предметов часто возникает необходимость решать позиционные задачи. Позиционными называются задачи на построение и определение взаимного положения фигур или их элементов, изображенных на картине.

К позиционным относятся следующие задачи: определение взаимного положения прямых, построение точки или прямой, лежащей в плоскости, построение линии пересечения двух плоскостей, построение точки пересечения прямой с плоскостью и др.

На данном этапе можно решать простейшие позиционные задачи, связанные со взаимным положением прямых и плоскостей. Рассмотрим примеры и способы решения таких задач.

Проведение параллельных прямых с недоступной точкой схода. Этот случай очень часто встречается в практике построения перспективных изображений. Для их проведения могут быть использованы способы:

- а) подобных треугольников (примеры 1...3);
- б) вспомогательных прямоугольников (примеры 4, 5);
- в) вспомогательных параллельных прямых (пример 6);
- г) пропорциональных отрезков (пример 7).

Рассмотрим примеры применения данных способов в перспективе.

Пример 1. На картине (рис. 68, а) даны лежащие в предметной плоскости прямая $3-3_1$ и точка A вне ее. Требуется провести через данную точку A прямую, параллельную заданной. Следовательно, надо найти в пределах рамки картины вторую точку A_1 , принадлежащую искомой прямой. Для построения применяют геометрический способ подобных треугольников (рис. 68, б).

На картине вначале строят произвольный треугольник, у которого одна вершина находится в точке A , другая (2) — на линии горизонта, третья (3) — на заданной прямой. Затем строят второй треугольник, подобный данному, задав одну из вершин (3_1) на заданной прямой. Вторую вершину (2_1) находят на линии горизонта. Через 2_1 проводят стороны второго треугольника, которые параллельны сторонам первого. В пересечении этих сторон находят точку A_1 — вторую вершину треугольника, которая принадлежит искомой прямой.

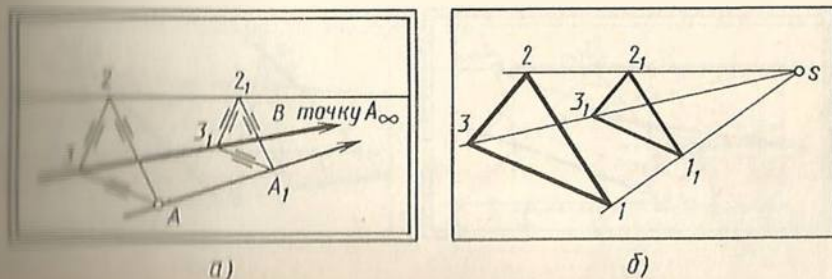


Рис. 68

мой. Через точки A и A_1 проводят вторую прямую, расположенную параллельно первой. По свойству подобных треугольников центр подобия (точка схода) этих прямых при их продолжении должен лежать на линии горизонта.

Пример 2. На картине (рис. 69) заданы восходящая прямая AA_1 с ее проекцией Aa_∞ и точка B , произвольно расположенная в пространстве. Требуется провести через точку B вторую восходящую прямую, параллельную первой.

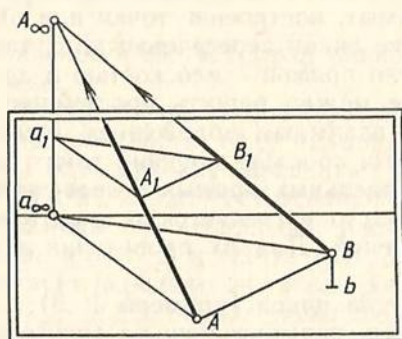
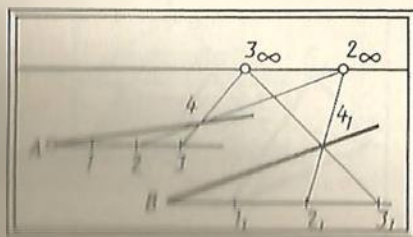


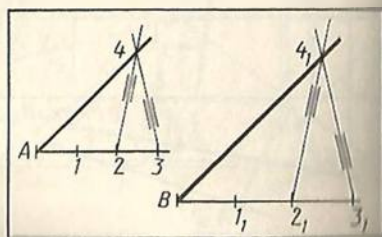
Рис. 69

Для построения применяют способ подобных треугольников. В данном примере постоянной прямой, связывающей подобные треугольники, будет перпендикуляр, проходящий через проекцию a_∞ точки схода искомых параллельных прямых. Сначала строят треугольник, соединив точки A , B и a_∞ . Затем, взяв произвольную точку A_1 на заданной прямой, строят второй треугольник, подобный первому. Из точки B проводят через точку B_1 прямую, которая определит направление искомой восходящей прямой, параллельной первой.

Пример 3. На картине (рис. 70, а) заданы в предметной плоскости произвольная прямая с точкой B на ней и точка A вне ее. Требуется провести через точку A прямую, параллельную заданной. Здесь также применяют способ подобных треугольников, но построенных в перспективе, а не по правилам геометрии, как в предыдущих двух примерах. Для этого рассмотрим основу данного способа на геометрическом чертеже (рис. 70, б). Если даны две



а)



б)

Рис. 70

и проводят через нее вертикальную прямую. Затем в полученном нижнем прямоугольнике (под линией горизонта) проводят диагонали с точкой пересечения 1. В верхнем прямоугольнике можно провести только одну диагональ через точку A . На ней отмечают с помощью вертикальной прямой 1—2 точку 2 пересечения диагоналей. Через полученную точку проводят вторую диагональ, которая отметит правую верхнюю вершину B прямоугольника. Соединив прямой точки A и B , находят направление верхней стороны прямоугольника, т. е. искомую параллельную прямую.

Способ построения вспомогательных прямоугольников применяют при рисовании с натуры куба, параллелепипеда и любого предмета призматической формы.

Пример 5. На картине (рис. 72) заданы высота переднего вертикального ребра параллелепипеда, а также направление и величина видимых ребер его нижнего основания. Требуется построить его верхнее основание. Для определения направления видимых ребер верхнего основания параллелепипеда строят вспомогательные прямоугольники для одной и другой граней, как показано на предыдущем рисунке 71.

Для построения граней куба или параллелепипеда можно применить способ вспомогательных параллельных прямых.

Пример 6. На картине (рис. 73) изображена произвольная прямая ab , лежащая в предметной плоскости. Требуется на заданной высоте Aa провести вторую прямую, параллельную первой. Для этого через точки A и a проводят произвольные параллельные прямые так, чтобы их точка схода A_∞ на линии горизонта находилась в пределах рамки картины. Затем отмечают на заданной прямой любую точку b и проводят через нее вертикальную прямую. Если через точку b провести горизонтальную прямую, то отрезок B_1b_1 между вспомогательными параллельными прямыми определит величину искомого отрезка Bb .

На рисунке 74 ребра верхнего основания куба построены выше описанным способом.

Способ вспомогательных параллельных прямых применяют для проверки правильности построения параллельных прямых с недостающими точками схода при изображении в перспективе любого

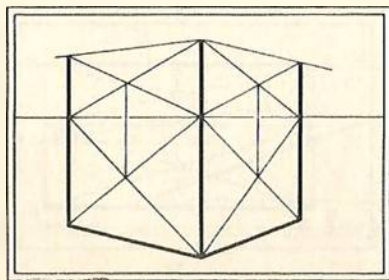


Рис. 72

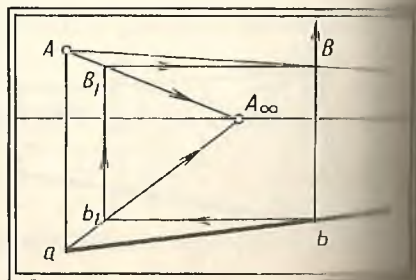


Рис. 73

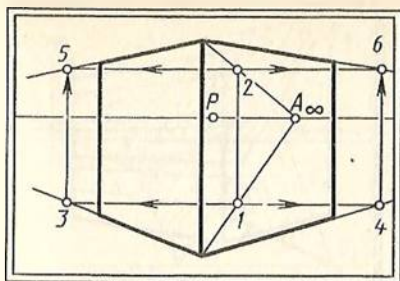


Рис. 74

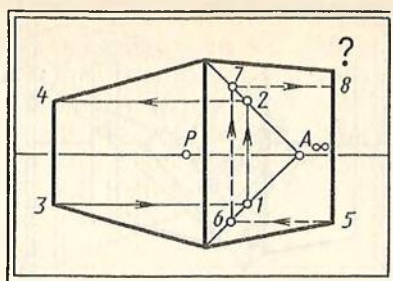


Рис. 75

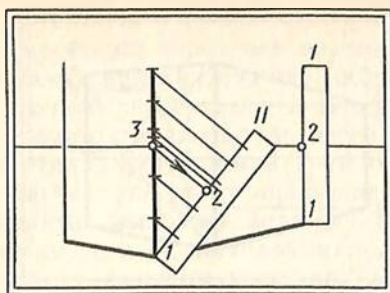
предмета призматической формы. Проверку выполняют в следующей последовательности (рис. 75).

Сначала через концы переднего ребра проводят две вспомогательные прямые с точкой схода A_∞ . Затем через нижний конец 3 левого ребра проводят прямую параллельно основанию картины. Отрезок 1—2 определит величину ребра 3—4. Если параллельная линия, проведенная через точку 2, пройдет через верхний конец ребра, т. е. точку 4, то левая грань построена верно.

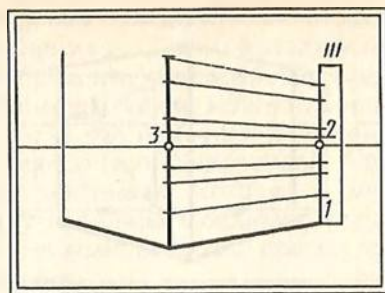
Аналогичные построения выполняют для проверки правильности величины правого ребра (линии построения штриховые). Заметим, что длина правого ребра 5—8 определена неверно, поэтому и направление ребра верхней грани построено неточно. Его надо провести через точку 8.

Пример 7. На картине (рис. 76, а) даны две стороны основания дома и его передний угол (ребро). Требуется построить карнизы и окна дома. Следовательно, задача сводится к построению нескольких параллельных прямых при недоступной точке схода, расположенных на определенных расстояниях друг от друга (деления отмечены на переднем ребре дома). В этом случае применяют способ построения пропорциональных отрезков.

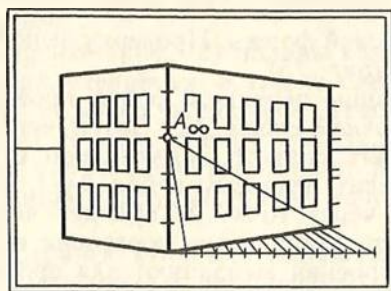
Для данного построения удобно использовать полоску бумаги, которую прикладывают к вертикальной прямой I — правому углу дома. На ней отмечают точки 1 (нижний конец) и 2 (точку пересечения вертикальной прямой с линией горизонта). Затем перемещают полоску в новое произвольное положение II, совместив точку 1 на картине с нижним передним углом дома. Соединив точки 2 и 3, проводят параллельно полученному отрезку ряд прямых через деления, отмеченные на переднем ребре дома до края полоски. На полоске отмечают отрезки, пропорциональные заданным (по теореме Фалеса). После этого перемещают полоску бумаги в первоначальное положение III и переносят на правое ребро дома полученные отметки. Соединив их попарно с точками, заданными на переднем ребре дома, получают пучок параллельных прямых с общей недоступной точкой схода (рис. 76, б). Также переносят отметки на левое ребро (угол) дома. Ширину окон и простенков переносят с помощью линий перспективы (рис. 76, а) и точки схода A_∞ . (Этот способ построения показан на рисунке 117.)



a)



б)



в)

Рис. 76

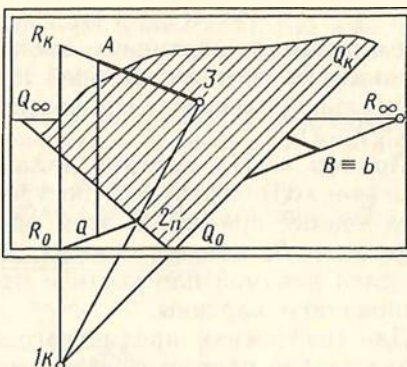
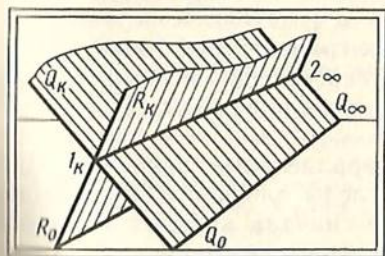
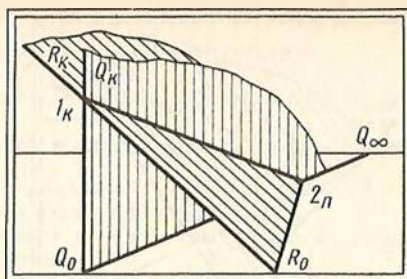
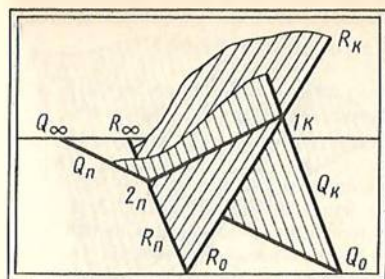
Построение линии пересечения двух плоскостей. Для этого необходимо найти принадлежащие ей две общие точки. Если обе плоскости заданы следами, то общими точками для них будут точки пересечения картинных 1_k и предметных 2_n следов. Прямая, соединяющая эти точки, будет общей для данных плоскостей и, следовательно, линией их пересечения. На рисунке 77 дан пример взаимного пересечения двух плоскостей R и Q общего положения. На рисунке 78 одна из пересекающихся плоскостей Q горизонтально-проецирующая, т. е. частного положения.

Если у двух пересекающихся плоскостей точка пересечения предметных следов (рис. 79) находится за пределами картины, то используют точку 2_∞ пересечения их предельных прямых.

Построение точки пересечения прямой с плоскостью. Для этого через данную прямую проводят вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость и строят линию ее пересечения с заданной. Точка пересечения заданной прямой с этой линией будет искомой.

На картине (рис. 80) изображены плоскость Q общего положения, заданная следами, и прямая AB . Построение точки пересечения прямой с плоскостью выполняют в следующей последовательности. Сначала через прямую проводят вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость R , предметный след которой совпадает с проекцией прямой, а картинный — пройдет через точку R_0 и перпендикулярно к основанию картины.

Далее определяют точки пересечения их предметных 2_n и картинных



и I_{κ} следов. Затем проводят линию $I_{\kappa}-2_{\Pi}$ пересечения заданной Q и вспомогательной R плоскостей, которой определяют точку 3 пересечения прямой с плоскостью.

Построение следов плоскости, заданной на картине различными способами. При построении перспективных изображений часто возникает необходимость определить следы плоскости, заданной на картине каким-либо способом. Для этого используют различные способы. Рассмотрим их.

Пример 1. На картине (рис. 81) плоскость Q задана тремя точками A, B, C , не лежащими на одной прямой. Требуется построить следы. Для этого находят по две точки, принадлежащие каждому следу. Точки предметного следа: C — данная, B_n — предметный след прямой, проходящей через точки A и B . Предметный след Q_0Q плоскости Q , проходящей через точки B_n и C , пересечет основную картину в точке Q_0 , которая принадлежит картинному следу. Точка A_k — картинный след прямой AB . Через точки Q_0 и A_k проходит картинный след Q_0Q_k плоскости Q .

Пример 2. На картине (рис. 82) задана треугольная пирамида. Требуется построить следы видимых граней пирамиды. Заметим, что заданные следы граней совпадут с основанием пирамиды. Прямые $1-2$ и $2-3$ — следы пересечения с основанием картины, отмечают точки Q_0 и Q_1 . Для построения картинных следов через высоту пирамиды Q_0Q_1 проводим фронтальную плоскость $1-2-3$ и строят линию пересечения $1-2$ и боковыми гранями $1-3$ и $2-3$ пирамиды.

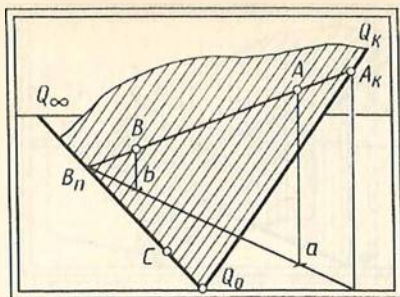


Рис. 81

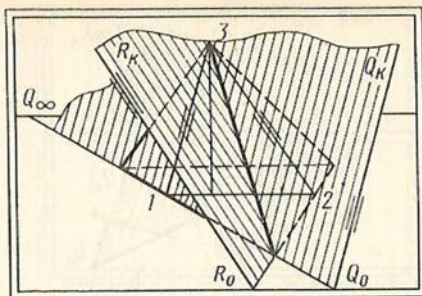


Рис. 82

Затем проводят картинные следы этих граней через точки Q_0 и R_0 параллельно соответствующей линии пересечения вспомогательной фронтальной плоскости с боковыми гранями пирамиды ($R_0R_K \parallel 2-3$ и $Q_0Q_K \parallel 1-3$).

Пример 3. На картине заданы параллельные прямые AA_∞ и BA_∞ (рис. 83). Требуется построить следы плоскости, проходящей через данные прямые. В этом примере сначала находят картинные следы A_K и B_K данных прямых. Затем через них проводят картинный след искомой плоскости и отмечают точку Q_0 пересечения его с основанием картины.

Для построения предметного следа Q_0Q_∞ плоскости в данном случае удобно провести предельную прямую $Q_\infty A_\infty$ через заданную точку схода A_∞ и параллельно картинному следу. Соединив полученную предельную точку Q_∞ предметного следа с Q_0 , находят предметный след Q_0Q_∞ искомой плоскости.

Пример 4. На картине (рис. 84) заданы пересекающиеся прямые AB и AC . Требуется построить следы плоскости, проходящей через данные прямые. Следы плоскости пройдут через одноименные следы прямых. Поэтому сначала строят картинный след B_K прямой AB и предметный след A_n прямой AC . Далее через точки B и C проводят вспомогательную прямую и строят ее предметный след C_n . Получив предметные следы A_n и C_n прямых AC и BC , проводят через них предметный след Q_0Q_∞ искомой плоскости и отмечают точку Q_0 . Затем строят проходящий через точки Q_0 и B_K картинный след искомой плоскости.

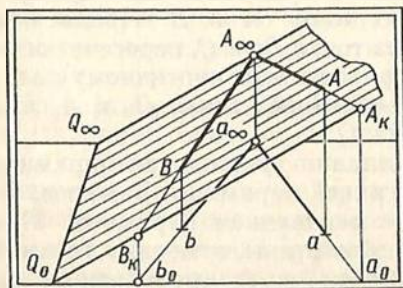


Рис. 83

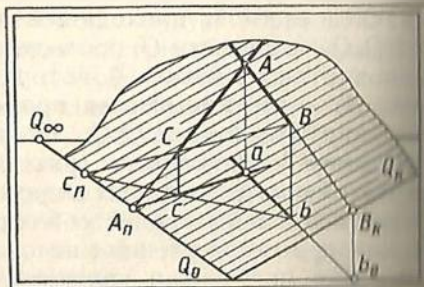


Рис. 84

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Какими способами может быть задана плоскость на картине?
2. Что называется следом плоскости?
3. Сколько и какие следы имеют в перспективе плоскости общего, особого и частного положения?
4. Что называется предельной прямой плоскости?
5. Что называется предельной прямой предметной плоскости?
6. Какие признаки на картине указывают на плоскость общего и особого положения? Дайте определение этим плоскостям.
7. Какое положение плоскости на картине называют частным? Какие признаки на картине указывают на плоскость частного положения? Назовите плоскости частного положения.
8. Нарисуйте куб, стоящий на горизонтальной плоскости: а) одна грань фронтальная; б) все боковые грани под углом к картине. При изображении боковых граней куба используйте приемы построения параллельных линий при недоступных точках схода.
9. Нарисуйте треугольную призму, лежащую на боковой грани и произвольно расположенную к картине. Определите точки схода горизонтальных и наклонных ребер призмы.
10. По изображению домика (рис. 85) определите положение плоскостей, составляющих его форму, и дайте им название. Постройте точки схода ребер стен, крыши домика и надстройки.

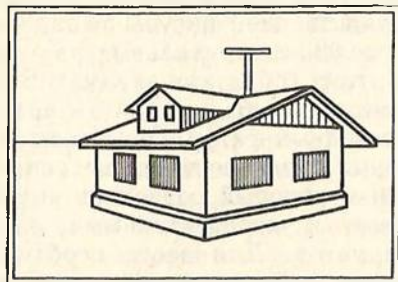


Рис. 85

Глава IV.

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАСШТАБОВ

§ 15. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ О ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАСШТАБАХ

В предыдущих параграфах рассматривались различные случаи взаимного расположения пространственных фигур и их элементов. Это были примеры задач позиционного характера.

Для построения изображений на картине реальных предметов окружающего мира надо знать еще и метрические свойства этих предметов, т. е. их размеры и отдельных частей, расстояния между ними в пространстве. При этом возможно построение в перспективе изображения пространственной фигуры по заданным размерам (прямая задача) и определение натуральных размеров предмета по его изображению на картине (обратная задача). Задачи, в которых для решения ставятся метрические условия (взаимное расположение и величина пространственных фигур), называются метрическими.

Одним из основных путей решения метрических задач является применение масштаба, который позволяет установить соотношений между натуральными и перспективными линейными размерами изображаемых предметов. Для этого необходимо знать единицу длины линейного масштаба картины в натуре, т. е. масштаб картины.

Заметим, что при одном и том же охвате пространства масштаб картины различен, если меняется величина ее рамки (рис. 86).

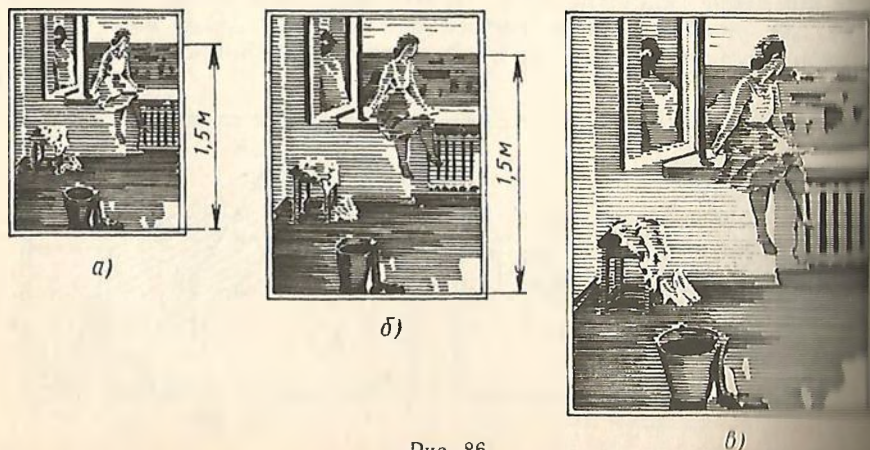


Рис. 86



а)



б)



в)

Рис. 87

Но при одном и том же размере картины масштаб ее может быть различным, если меняется охват пространства, ограниченного рамкой картины. При изображении портрета человека масштаб картины выбирают близким к натуральному (рис. 87, а). При изображении фигуры человека в интерьере (рис. 87, б) используют масштаб уменьшения, так как рамка картины тех же размеров должна охватить большее пространство. На рисунке 87, в охват пространства значительно увеличивается, следовательно, единица измерения на картине, определяющая ее масштаб, также уменьшается.

Размеры рамки картины и ее положение (вертикальное или горизонтальное) художник выбирает в соответствии с замыслом и характером композиции. А это обуславливает выбор масштаба картины. Следовательно, **натуральный масштаб картины** — это отношение единицы измерения на картине к единице измерения в натуре. Единицу длины на картине определяют или находят разными способами.

Если на картине задано расстояние линии горизонта от основания картины и известна высота точки зрения, то единицу измерения на картине определяют из их соотношения. Известно, что высота точки зрения S_s соответствует расстоянию от основания картины до линии горизонта (линия горизонта в натуре находится на уровне точки зрения). Следовательно, при высоте точки зрения $S_s = 1,5$ м и расстоянии от основания картины до линии горизонта, равном натуральной линейной единице 1 м будет соответствовать единице измерения 40 мм на картине.

Если на картине линия горизонта не задана, а известна только высота точки зрения $S_s = 1,5$ м, то масштаб картины и линия горизонта можно определить по другим конкретным данным.

Например, надо построить комнату с фронтальной стеной, шириной 4 м и она соответствует ширине рамки картины. Это соотношение определяет единицу измерения на картине.

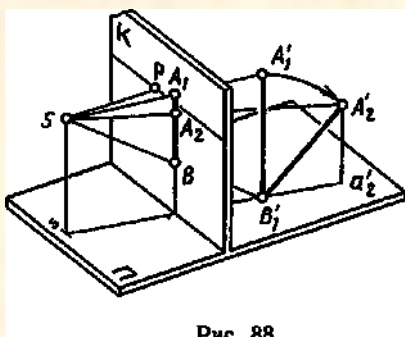


Рис. 88

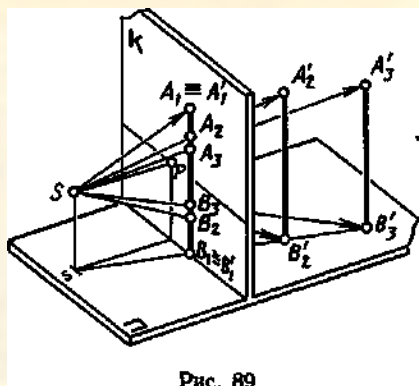


Рис. 89

равную 40 мм (160 делят на 4 части), и высоту линии горизонта $Ss = 1,5$ м, соответствующую 60 мм (40 + 20).

В предыдущих примерах рассмотрены случаи определения масштаба картины при построении перспективных изображений по заданным размерам. Масштаб картины можно определить по выполненным композиции, эскизу, рисунку. Для этого на картине выбирают за исходное измерение какой-либо предмет с известными размерами. Например, на картине имеется стол высотой 0,75 м, а точка зрения находится на уровне 1,5 м. Высоту линии горизонта определяют, удвоив размер высоты стола. Затем определяют длину одного метра (единицу измерения на картине), составляющую $2/3$ размера от основания картины до линии горизонта. Есть и другие способы определения масштаба картины, о которых будет рассказано в главе IX.

Итак, для построения перспективных изображений задают или определяют натуральную единицу измерения для данной картины, т. е. ее масштаб.

Покажем способы построения на картине линейного перспективного масштаба. Для этого обратимся к проецирующему аппарату. В предметном пространстве проецирующего аппарата (рис. 88) задан некоторый прямолинейный отрезок A_1B_1 , расположенный параллельно картинной плоскости, а затем повернутый в лучевой плоскости на произвольный угол вокруг точки B_1 в положениях B_1A_2 . Перспективные изображения этого отрезка в двух положениях (BA_1 и BA_2) указывают на то, что их длина изменяется в зависимости от угла наклона к картинной плоскости.

На другом проецирующем аппарате (рис. 89) в предметном пространстве задан некоторый вертикальный отрезок, который, удаляясь от плоскости картины и оставаясь ей параллельным, занимает три положения — A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 . Перспективные изображения отрезка A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 , заданного в трех положениях, показывают, что их длина изменяется в зависимости от расстояния предмета до плоскости картины.

Таким образом, длина перспективы отрезка прямой в зависимости от расстояния его до плоскости картины и угла наклона к плоскости картины.

метной плоскости является величиной переменной, которая определяется перспективным масштабом.

Для определения на картине расстояний между точками фигуры и ее размеров строят перспективный масштаб в соответствии с направлением измеряемых отрезков. Для этого выделяют три главных направления в предметном пространстве:

1) направление глубины, т. е. прямых, расположенных перпендикулярно к плоскости картины;

2) направление широты, т. е. прямых, расположенных параллельно основанию картины;

3) направление высоты, т. е. прямых, расположенных перпендикулярно к предметной плоскости.

В соответствии с главными направлениями строят перспективные масштабы: глубин, широт, высот.

§ 16. МАСШТАБ ГЛУБИН

Масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к плоскости картины, называется масштабом глубин. Рассмотрим его построение на проецирующем аппарате (рис. 90, а). Сначала задают в предметной плоскости глубинную прямую $A_0A'_\infty$. Она перпендикулярна к плоскости картины. На основании картины от точки A_0 отмечают делениями $1_0, 2_0, 3_0$ натуральные отрезки в масштабе картины. Затем переносят (откладывают циркулем) эти отрезки с основания картины на заданную прямую $A_0A'_\infty$ и соединяют полученные точки параллельными прямыми $1_0-1', 2_0-2', 3_0-3'$. На рисунке 90, б показано геометрическое построение.

Заметим, что треугольники $1_0A_01', 2_0A_02', 3_0A_03'$ прямоугольные ($\angle A_0 = \angle kk$), равнобедренные (катеты равны по построению) и подобные (параллельны сходственные стороны).

Получают перспективное изображение глубинной прямой и ряда параллельных прямых. Перспективой заданной прямой будет прямая A_0P , так как предельной точкой глубинной прямой является главная точка. Перспективу параллельных прямых строят при помощи их общей предельной точки. Направив луч зрения SD параллельно данным прямым, находят точку его пересечения с линией горизонта. Точка D будет точкой схода пучка параллельных прямых. Тогда линии переноса $1_0-D, 2_0-D, 3_0-D$ в пересечении с прямой A_0P отметят точки $1, 2, 3$, которые определяют перспективные деления $A_0-1, 1-2, 2-3$, равные по длине отрезкам, заданным на основании картины.

Рассмотрим образовавшийся в плоскости горизонта треугольник SPD . Он подобен треугольнику $1_0A_01'$, так как у них параллельны соответствующие стороны. Следовательно, он прямоугольный и равнобедренный, а катеты SP и PD равны между собой. Отсюда следует, что точка построения масштаба глубин точкой схода линий переноса является дистанционная точка, которая находится на линии горизон-

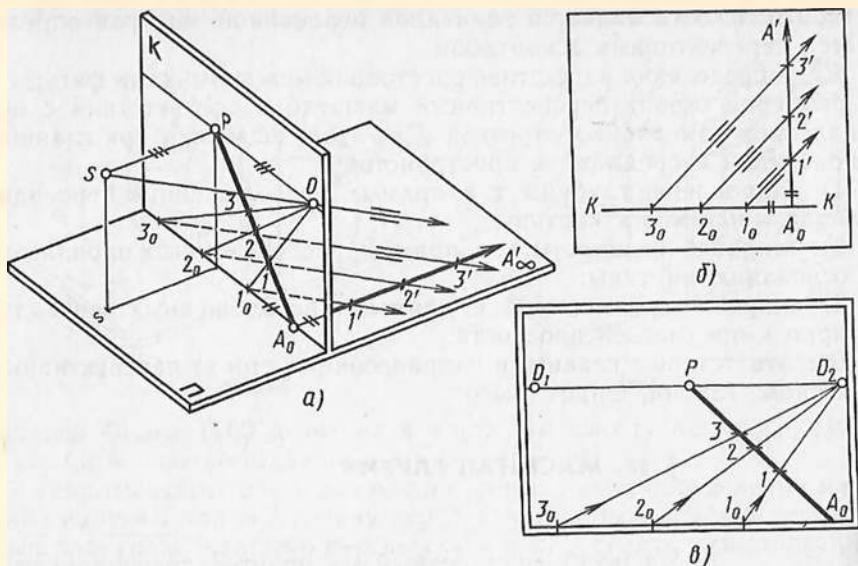


Рис. 90

та и отстоит от главной точки P на зрительное расстояние SP . Как видим, построение масштаба глубин связано с положением точки зрения относительно картины. При построении перспективных изображений дистанционное расстояние является одним из элементов картины и задается автором-художником.

Линии переноса, составляющие с основанием картины угол 45° , проводят на предметной плоскости в двух различных направлениях. Поэтому на линии горизонта отмечают две дистанционные точки D_1 и D_2 , расположенные по разные стороны и на равном расстоянии от главной точки P (рис. 90, в). Если прямая находится слева от линии главного вертикала, то пользуются левой дистанционной точкой D_1 (рис. 91, а), а если прямая справа, то применяют точку D_2 (рис. 91, б),

Для построения перспективного масштаба глубин натуральный масштаб, заданный на основании картины, переносят на глубинную прямую с помощью линий переноса, имеющих точку схода — дистанционную.

Если нужно построить в перспективном масштабе на глубинной прямой отрезок от заданной точки A , то через нее и дистанционную точку проводят линию переноса до пересечения с основанием картины (см. рис. 91, а). От полученной точки A_0 на основании картины откладывают натуральную единицу масштаба (например, $A_0B_0 = 1$ м) и проводят вторую линию переноса, которая отметит на данной прямой точку B , ограничивающую отрезок AB , равный 1 м в масштабе картины.

Для определения натуральной величины глубинного отрезка изображенного на картине, проводят через его концы и дистанционную точку линии переноса до пересечения с основанием картины.

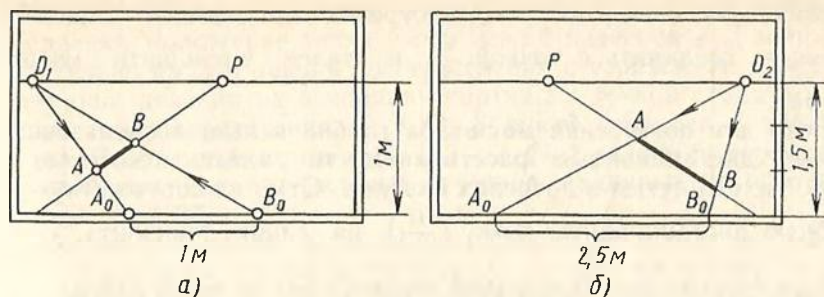


Рис. 91

Вынесенная величина в соответствии с натуральным масштабом картины определит размер отрезка.

На рисунке 91, б заданный отрезок AB составляет 2,5 м в масштабе данной картины.

Дробная дистанционная точка. В практике построения перспективных изображений зрительное дистанционное расстояние часто значительно превосходит линейные размеры картины, вследствие чего дистанционная точка выходит за ее пределы. Чтобы перспективное изображение предмета соответствовало зрительному впечатлению, расстояние точки зрения от картины должно быть равно 1,5–2 диаметрам поля ясного зрения человека (см. § 4). При этом расстоянии дистанционная точка и выходит за пределы картины, что усложняет построение и делает его менее точным. В таких случаях для построения масштаба глубин пользуются так называемой дробной дистанционной точкой.

Рассмотрим применение дробной дистанционной точки. На картине (рис. 92, а) дана глубинная прямая A_0P и при помощи дистанционной точки D построен перспективный отрезок $A_0B = a$. Заметим, что этот же отрезок можно построить на картине, если соединить вертикальную отрезка натурального масштаба $\frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$ с точкой $\frac{D}{2}$, лежащей пополам дистанционное расстояние PD , или если точку,

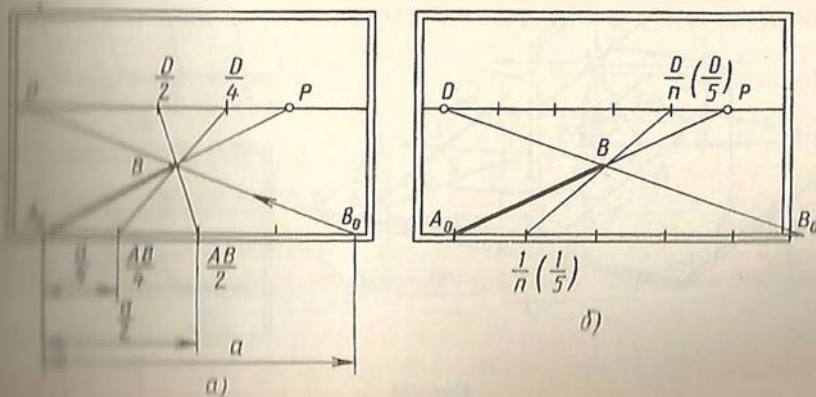


Рис. 92

отделяющую четвертую часть отрезка натурального масштаба $\frac{AB}{4} = \frac{a}{4}$, соединить с точкой $\frac{D}{4}$ и далее уменьшить масштаб в n раз.

Если для построения масштаба глубин нельзя воспользоваться полным дистанционным расстоянием, то задают некоторую его часть, находящуюся в пределах картины. Отметив соответствующую дробную дистанционную точку $\left(\frac{D}{n}\right)$ на линии горизонта, ее используют как точку схода линий переноса для делений натурального масштаба, единица которого составляет эту же часть $\left(\frac{1}{n}\right)$ единицы заданного масштаба.

Заметим, что на картине (рис. 92, б) при дробной дистанционной точке получают перспективный масштаб глубин, единица которого соответствует полной единице первоначально заданного натурального масштаба. При таком построении каждое деление полного натурального масштаба при переносе на перспективный масштаб отмечает отрезок, соответствующий n единицам натурального.

§ 17. МАСШТАБ ШИРОТ

Масштаб, построенный на прямой, параллельной основанию картины, называется масштабом широт. Рассмотрим его построение на проецирующем аппарате (рис. 93, а). Зададим в предметной плоскости прямую, параллельную основанию картины, с точкой A' . Требуется отложить от точки A' на прямой произвольные натуральные отрезки A_0-1_0 , 1_0-2_0 и 2_0-3_0 , заданные на основании картины. Сначала переносят их на данную прямую с помощью параллельных линий переноса в направлении A_0-A' . (Геометрические построения показаны на рисунке 93, б.)

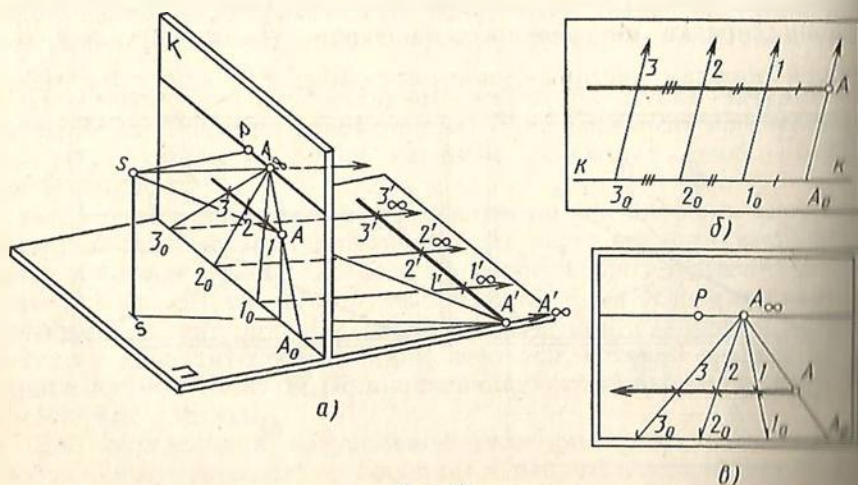


Рис. 93

Затем строят на картине перспективу точки A' и заданной прямой. Определяют положение точки схода линий переноса A_∞ , направив параллельно им луч зрения до пересечения с горизонтом. Соединив отмеченные деления на основании картины с точкой схода A_∞ , получают точки пересечения $A, 1, 2, 3$ линий переноса с заданной прямой. Полученные отрезки $A-1, 1-2, 2-3$ являются перспективным изображением натуральных отрезков, заданных на основании картины (рис. 93, в).

Заметим, что точка схода линий переноса не может быть взята произвольно, если заданы натуральный масштаб на основании картины $A_0-1_0, 1_0-2_0, 2_0-3_0$ и начальная точка A на данной прямой. Точка схода A_∞ — это предельная точка прямой, соединяющая начальные точки натурального A_0 и перспективного A масштабов.

Для построения перспективного масштаба широт натуральный масштаб с основания картины переносят на заданную прямую с помощью линий переноса, произвольно задав их точку схода на горизонте или используя главную точку.

На картине (рис. 94, а) параллельно ее основанию задана прямая с точкой A на ней. Требуется от точки A отложить отрезок, равный по величине 3 м в масштабе картины. Для этого проводят через точку A глубинную (или произвольную) прямую с предельной точкой P до пересечения с основанием картины в точке A_0 . (Аналогичное геометрическое построение дано на рисунке 94, б.)

На основании картины от точки A_0 откладывают 3 м в масштабе картины и его конец B_0 соединяют с точкой P . Полученная точка B пересечения линии переноса с данной прямой определит отрезок AB , равный в перспективе натуральному — величине A_0B_0 в масштабе картины.

Для определения натуральной величины отрезка, расположенного параллельно основанию картины, берут на линии горизонта заданную или любую точку схода линий переноса. Через нее и концы заданного отрезка проводят линии переноса, которые в пересечении с основанием картины определяют натуральную величину искомого отрезка.

На картине (рис. 95) задан отрезок AB , расположенный параллельно основанию картины. Требуется определить его натуральную

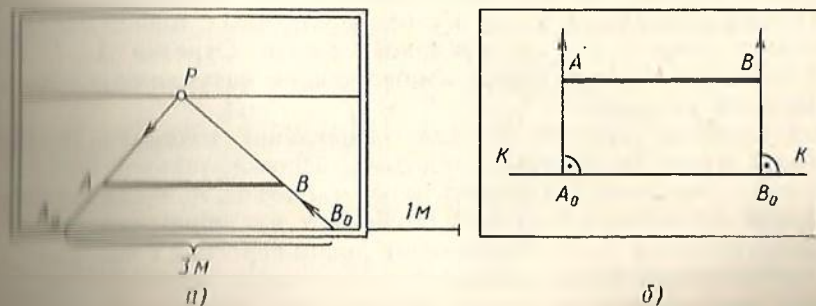


Рис. 94

величину. Для этого через главную точку P или любую точку схода на линии горизонта A_∞ и концы отрезка A и B проводят линии переноса до пересечения с основанием картины. Отрезок A_0B_0 на основании картины является его натуральной величиной и в данном примере будет соответствовать 3,3 м натурального масштаба.

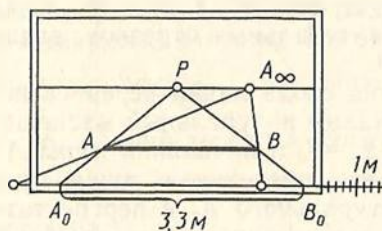


Рис. 95

§ 18. МАСШТАБ ВЫСОТ

Масштаб, построенный на прямой, перпендикулярной к предметной плоскости, называется масштабом высот. Рассмотрим построение масштаба высот на проецирующем аппарате (рис. 96, а). Зададим в предметном пространстве вертикальную прямую с точкой A' в ее основании, а на боковой правой стороне рамки картины отложим натуральные отрезки A_0-I_k , I_k-2_k , 2_k-3_k . Для переноса натурального масштаба заданную прямую и правую сторону картины заключают в горизонтально-проецирующую плоскость. Заметим, что в данной плоскости сторона с делениями натурального масштаба будет ее картинным следом, а прямая A_0A' — предметным следом.

Затем переносят натуральные отрезки на заданную прямую с помощью горизонтальных линий переноса A_0-A' , I_k-I' , $2_k-2'$, $3_k-3'$, параллельных предметному следу A_0A' плоскости.

Построив на картине перспективу вертикальной прямой, определяют положение точки схода линий переноса A_∞ , которая является предельной точкой предметного следа плоскости. Для этого направляют луч зрения SA_∞ параллельно линиям переноса до пересечения с плоскостью картины в точке A_∞ на горизонте. Соединив отмеченные деления на боковой стороне картины с точкой схода A_∞ , отмечают точки 1, 2, 3 на заданной прямой. Отрезки $A-1$, $1-2$, $2-3$ являются перспективным изображением натуральных отрезков в масштабе картины.

На картине (рис. 96, б) для определения точки схода линий переноса строят предметный след A_0A_∞ вспомогательной плоскости. Для этого, соединив начальную точку масштаба A_0 с основанием A заданной вертикальной прямой, отмечают на линии горизонта его предельную точку A_∞ . В пересечении линий переноса с вертикальной прямой отмечают точки делений 1, 2, 3, которые определяют перспективное изображение заданных натуральных отрезков в масштабе картины.

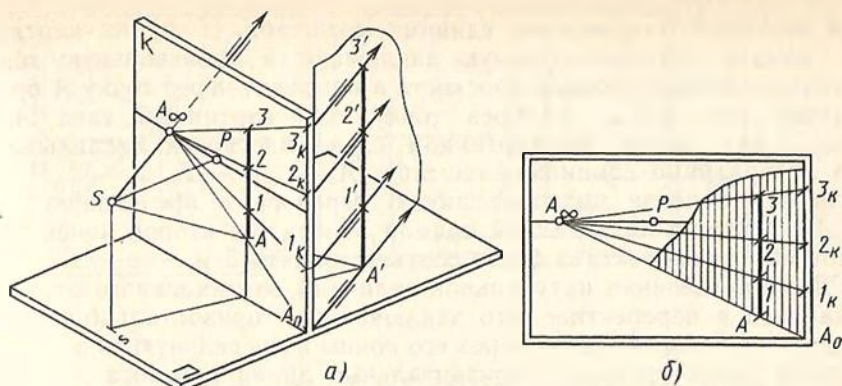


Рис. 96

данной картины. Таким образом, установив взаимосвязь и соотношение между перспективными и натуральными линейными размерами, можно построить масштаб высот.

Заметим, что в данном примере картинный след плоскости, содержащий натуральные отрезки, совпадает с краем картины. Это упрощает построение, так как освобождает картину от проведения лишних линий.

Картинный след с натуральными отрезками может быть построен в любом месте картины в зависимости от выбранного направления вспомогательной плоскости. Соответственно меняется положение точки схода линий переноса на горизонте, которая является предельной точкой предметного следа вспомогательной плоскости (рис. 97). Однако результат построения масштаба высот от этого не изменяется.

Для построения перспективного масштаба высот натуральные отрезки откладывают на картинном следе горизонтально-проецирующей плоскости, в которую заключают заданную вертикальную прямую, и переносят их с помощью горизонтальных линий переноса, точкой схода которых является предельная точка предметного следа этой плоскости.

На картине (рис. 98) задана вертикальная прямая с точкой A . Требуется отложить на прямой от точки A величину, равную 3 м,

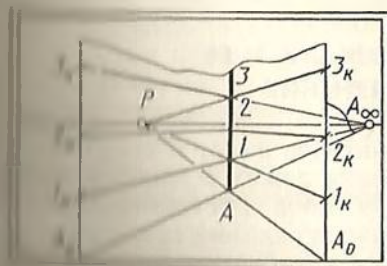


Рис. 97

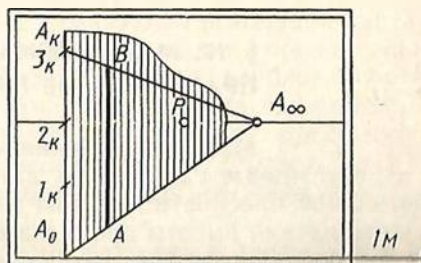


Рис. 98

при заданной натуральной единице масштаба (1 м) на картине.

Сначала заданную прямую заключают в произвольную горизонтально-проецирующую плоскость и проводят через точку A предметный след A_0A_∞ , а через точку A_0 — картинный след A_0A_K ($A_0A_K \perp kk$). Затем на картинном следе плоскости откладывают три натуральные единицы масштаба: A_0-1_K , 1_K-2_K , 2_K-3_K . Через последнее деление проводят линию переноса в предельную точку A_∞ , которая на заданной прямой отметит ее второй конец. Отрезок AB в перспективе будет соответствовать 3 м.

Для определения натуральной величины вертикального отрезка, заданного в перспективе, его заключают в горизонтально-проецирующую плоскость. Затем через его концы и предельную точку предметного следа проводят горизонтальные линии переноса до пересечения с картинным следом плоскости. Расстояние между точками их пересечения определит натуральную величину этого отрезка.

На картине (рис. 99) даны два вертикальных отрезка AB и EL . Требуется определить их натуральную величину в масштабе картины. В данном случае эти прямые заключают в глубинные плоскости, у которых предельной точкой предметного следа будет главная точка картины P . Затем через верхние концы заданных отрезков проводят линии переноса до пересечения с картинным следом плоскости. A_0B_K и E_0L_K являются натуральными отрезками, заданными в перспективе. В масштабе данной картины отрезок AB равен 3,5 м, а отрезок EL — 2 м.

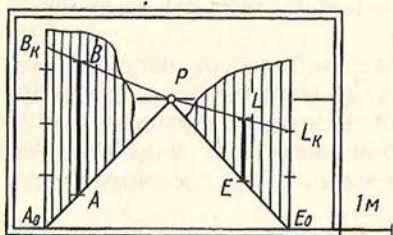


Рис. 99

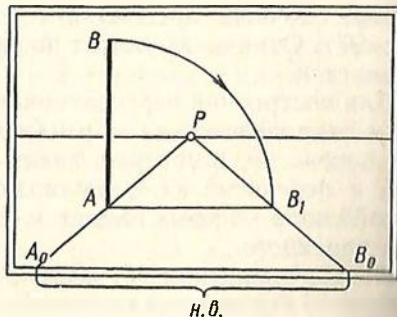


Рис. 100

§ 19. МАСШТАБНАЯ ШКАЛА И ЕЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Из сопоставления масштабов высот и широт видно, что перспективные единицы их измерения лежат в одной и той же фронтальной плоскости и равны между собой. Отсюда следует, что для определения высоты предмета можно использовать масштаб широт, построенный на той же глубине, в которой расположен измеряемый отрезок (рис. 100).

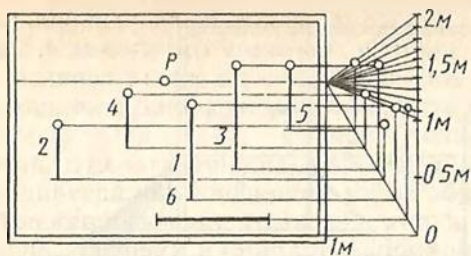


Рис. 103

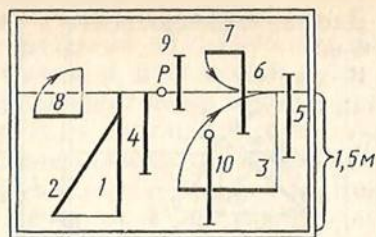


Рис. 104

Заметим, что данная масштабная шкала расположена в предметной, т. е. горизонтальной, плоскости. На рисунке 103 показано применение масштабной шкалы, построенной в вертикальной плоскости, и с помощью ее определены размеры в масштабе данной картины пяти отрезков. Из построений на картине видно, что заданные отрезки имеют величину: $1 = 1,1$ м, $2 = 0,8$ м, $3 = 1,7$ м, $4 = 1,2$ м, $5 = 2$ м. По вертикальной шкале можно определять натуральную величину и горизонтально расположенных отрезков, например $6 = 1,1$ м.

Масштабной шкалой удобно пользоваться как для построения перспективных изображений предметов по указанным размерам, так и для определения их натуральных величин, заданных на картине, в решении обратной задачи.

На картине можно построить или определить по изображению натуральные размеры предметов, если известна высота линии горизонта. Так, на картине (рис. 104) заданы 10 отрезков, расположенных на разной глубине и имеющих вертикальное, горизонтальное и наклонное (фронтальное) положение. Высота линии горизонта на ней задана и составляет 1,5 м. Тогда величину любого отрезка определяют как составную часть этой высоты.

Заметим, что если верхний конец вертикального отрезка совпадает с линией горизонта, то, на какой бы глубине он ни находился, его величина составит 1,5 м (например, отрезки 1 и 4). Таким же образом определяют величину отрезка 3. Если его привести в вертикальное положение, то верхний конец совпадет с линией горизонта и величина составит 1,5 м.

Измерив циркулем величину отрезков 2 и 1, заметим, что они равны и составляют также 1,5 м.

Отрезок 6 линией горизонта делится пополам. Зная, что нижняя часть до линии горизонта составляет 1,5 м, определяем весь отрезок, он будет равен 3 м. Отрезок 7, проходящий через верхний конец отрезка 6, равен его половине, т. е. 1,5 м.

Если отрезок 8 привести в вертикальное положение, то, как и в предыдущем примере, линия горизонта разделит его пополам и составит величину 3 м.

В отрезке 5 верхняя часть над линией горизонта укладывается в нижней его части три раза. Следовательно, величина отрезка составляет 2 м.

В отрезке 9 верхняя часть над линией горизонта в два раза больше нижней части. Следовательно, величина отрезка 9 составляет 4,5 м.

В отрезке 10 расстояние от верхнего конца до линии горизонта укладывается два раза. Следовательно, его величина составляет 1 м.

Этим приемом (измерением циркулем при заданной высоте линии горизонта) удобно пользоваться при составлении композиции и проверке правильности выполненных перспективных изображений предметов, расположенных на различной глубине и имеющих определенное направление (вертикальное, горизонтальное и наклонное во фронтальной плоскости).

§ 20. ПЕРСПЕКТИВНЫЙ МАСШТАБ НА ПРОИЗВОЛЬНО НАПРАВЛЕННОЙ ПРЯМОЙ

Прямые относительно картинной и предметной плоскостей могут быть расположены произвольно. Масштаб, построенный на произвольно направленной прямой, называется масштабом на произвольном направлении.

Известны четыре случая произвольного расположения прямой в предметном пространстве: горизонтальное, фронтальное, особого и общего положения.

Рассмотрим построение перспективного масштаба на каждой из этих прямых.

Перспективный масштаб на произвольно направленной горизонтальной прямой. Обоснование способа построения этого масштаба и процесс его получения рассмотрим на проецирующем аппарате (рис. 105, а). Для упрощения доказательства рассмотрим пример, когда прямая $A_0A'_\infty$ лежит в предметной плоскости и произвольно направлена к основанию картины. Требуется построить на ней перспективный масштаб.

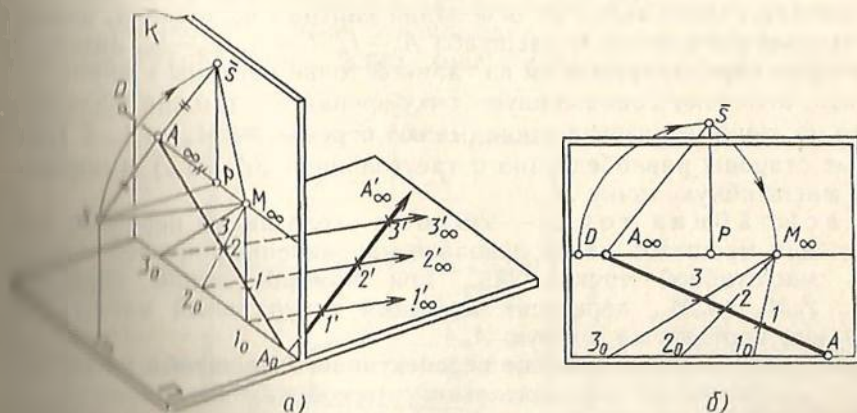


Рис. 105

Сначала на основании картины, начиная от точки A_0 , откладывают отрезки A_0-1_0 , 1_0-2_0 , 2_0-3_0 натурального масштаба. Затем переносят циркулем отрезки с основания картины на заданную прямую A_0A_∞ и соединяют отмеченные деления прямыми $1_0-1'$, $2_0-2'$, $3_0-3'$. Эти прямые параллельные, поскольку между ними лежат по построению попарно равные отрезки. Отсюда следует, что треугольники $1_0A_01'$, $2_0A_02'$, $3_0A_03'$ с общим углом при вершине A_0 будут равнобедренными и подобными.

Далее строят перспективное изображение прямой A_0A_∞ и пучка параллельных прямых, заданных в предметном пространстве. Для этого из точки зрения проводят луч SA_∞ параллельно заданной прямой и луч SM_∞ параллельно пучку прямых. В пересечении этих лучей с картиной на линии горизонта находят предельную точку A_∞ прямой A_0A_∞ и точку схода M_∞ линий переноса. После этого строят на картине перспективу прямой A_0A_∞ и пучка параллельных прямых 1_0M_∞ , 2_0M_∞ , 3_0M_∞ . Данные линии переноса в пересечении с прямой A_0A_∞ отмечают точки делений 1, 2, 3 перспективного масштаба.

Заметим, что треугольник $SA_\infty M_\infty$, образовавшийся в плоскости горизонта, подобен треугольнику $1_0A_01'$ (вследствие параллельности сходственных сторон) и поэтому является равнобедренным ($SA_\infty = M_\infty A_\infty$).

Произведем преобразования, повернув треугольник $A_\infty SM_\infty$ вокруг линии горизонта и совместив его с плоскостью картины. Точка зрения S при совмещении с картиной будет находиться на перпендикуляре, проведенном из главной точки P к линии горизонта, и на расстоянии $SP = \bar{S}P$. В совмещенном равнобедренном треугольнике сторона $A_\infty M_\infty = \bar{S}M_\infty$. Это позволяет найти на картине точку схода M_∞ линий переноса.

Выполним изложенные выше построения на картине без проецирующего аппарата (рис. 105, б). Для этого задают картину с ее элементами. В предметной плоскости картины изображают произвольно направленную прямую A_0A_∞ . Построение перспективного масштаба на этой прямой выполняют в такой последовательности.

Сначала откладывают на основании картины от точки A_0 заданные отрезки натурального масштаба A_0-1_0 , 1_0-2_0 , 2_0-3_0 . Затем на перпендикуляре, проведенном из главной точки картины к линии горизонта, отмечают совмещенную точку зрения $\bar{S}$, отложив $P\bar{S} = PD$. Далее на линии горизонта откладывают отрезок $A_\infty M_\infty = A_\infty \bar{S}$ (как равные стороны равнобедренного треугольника $\bar{S}A_\infty M_\infty$) и определяют масштабную точку M_∞ .

М а с ш т а б н а я т о ч к а — это точка схода линий переноса для построения масштаба на произвольно направленной прямой. Пользуясь масштабной точкой M_∞ , при помощи линий переноса 1_0M_∞ , 2_0M_∞ , 3_0M_∞ переносят заданный натуральный масштаб с основания картины на прямую A_0A_∞ .

Для построения на картине перспективного масштаба на произвольно направленной горизонтальной прямой находят масштабную точку и с помощью линий переноса (параллельных прямых в натуре) переносят отрезки натурального масштаба на заданную прямую.

Следовательно, для построения перспективного масштаба на произвольно направленной горизонтальной прямой находят масштабную точку, положение которой на линии горизонта для каждой прямой различное.

На картине (рис. 106) задан отрезок AB . Требуется определить его натуральную величину в масштабе данной картины.

Сначала продолжают отрезок до пересечения с линией горизонта и находят предельную точку A_∞ этой прямой. Затем определяют масштабную точку для данной прямой. Для этого строят совмещенную точку зрения $\bar{S}$. Отложив $PD = P\bar{S}$, переносят расстояние $A_\infty S$ на линию горизонта ($A_\infty M_\infty$). Через масштабную точку M_∞ и концы отрезка AB проводят линии переноса до пересечения с основанием картины. $A_0 B_0$ — натуральная величина отрезка AB , заданного в масштабе данной картины. Если известен масштаб картины, то величину отрезка определяют в соответствующих единицах измерения. В данном примере отрезок AB равен 2,5 м.

Для определения натуральной величины произвольно направленного горизонтального отрезка строят для него масштабную точку и с помощью линий переноса выносят этот отрезок на основание картины. Используя масштаб картины, определяют его натуральную величину.

Перспективный масштаб на произвольно направленной горизонтальной прямой можно определить по-другому, применив способ построения прямоугольного треугольника. На картине (рис. 107) задана произвольно направленная прямая $A_0 A_\infty$, лежащая в предметной плоскости. Требуется от точки A_0 отложить 5 м в масштабе данной картины, если высота точки зрения $Ss = 2$ м. Следовательно, расстояние от основания картины до линии горизонта определяет масштаб данной картины и соответствует величине 2 м. Тогда половина этого расстояния равна 1 м.

Сначала строят совмещенное положение данной прямой, соединив предельную точку A_∞ с точкой $\bar{S}$. Углы при точках A_∞ и A_0 равны и соответствуют величине углов в натуре. Далее от точки A_∞ на совмещенном положении прямой откладывают 1 м — натуральную единицу масштаба картины, через конец которой проводят верти-

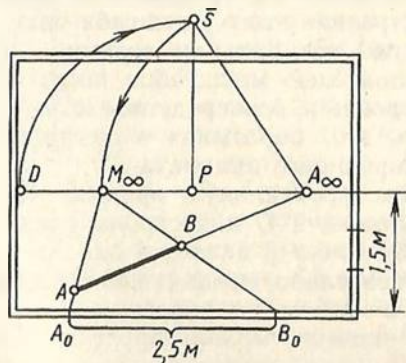


Рис. 106

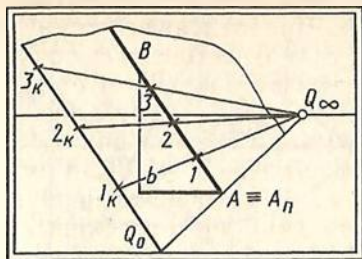


Рис. 109

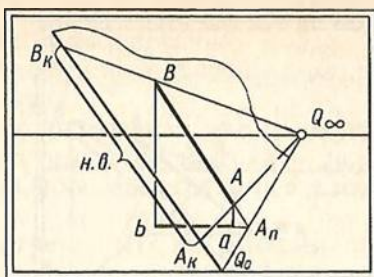


Рис. 110

В основании картины отмечают точку Q_0 , через которую проводят картинный след плоскости параллельно данной прямой. (Две параллельные плоскости — фронтальная и картинная — пересекаются третьей Q , поэтому линии их пересечения параллельны.)

Далее откладывают от точки Q_0 на картинном следе отрезки натурального масштаба $Q_0-1_k, 1_k-2_k, 2_k-3_k$ и с помощью горизонтальных линий переноса, параллельных предметному следу плоскости, и точки схода Q_∞ переносят их на фронтальную прямую. Полученные отрезки $A-1, 1-2, 2-3$ являются перспективным изображением заданных отрезков.

Для построения перспективного масштаба на произвольно направленной фронтальной прямой ее заключают в плоскость общего положения и откладывают отрезки натурального масштаба на ее картинном следе. Затем переносят их на заданную прямую горизонтальными линиями переноса, точкой схода которых является предельная точка предметного следа плоскости.

На картине (рис. 110) дан фронтальный отрезок AB . Требуется определить его натуральную величину в масштабе данной картины.

Сначала заключают отрезок в плоскость общего положения Q . Для этого находят предметный след прямой (A_π) в пересечении отрезка с его проекцией. Затем через точку A_π в произвольном направлении проводят предметный след Q_0Q_∞ плоскости и через точку Q_0 параллельно отрезку AB — ее картинный след.

Далее через предельную точку Q_∞ и концы отрезка A и B проводят линии переноса, которые на картинном следе плоскости определяют натуральную величину A_kB_k отрезка AB .

Определить натуральную величину фронтального отрезка можно способом построения прямоугольного треугольника, вынесенного за пределы картины. Рассмотрим этот пример. На картине (рис. 111) дан фронтальный отрезок AB . Требуется определить его натуральную величину.

Для этого через отрезок AB и его проекцию ab проводят фронтальную плоскость, которая изобразится в виде прямоугольного треугольника ABb . Отрезок AB является его гипотенузой. Прямоугольный треугольник выносят в плоскость картины. Натуральную величину горизонтального катета A_0b_0 определяют с помощью масштаба широт. Вертикальный катет B_kb_0 определяют с по-

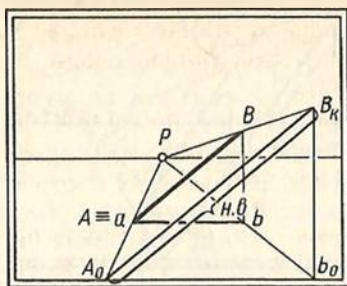


Рис. 111

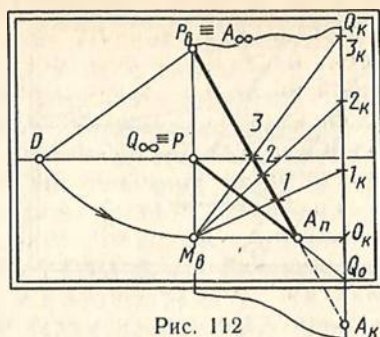


Рис. 112

мощью масштаба высот. Тогда гипотенуза A_0B_K будет натуральной величиной заданного в перспективе фронтального отрезка AB .

Заметим, что для линий переноса может быть взята любая точка схода на линии горизонта. В данном примере точкой схода является главная точка картины P .

Перспективный масштаб на прямой особого положения. Для построения натурального масштаба на восходящей или нисходящей прямой особого положения обратимся к обоснованию его на картине (рис. 112) без проецирующего аппарата.

На картине задана восходящая прямая особого положения A_nP_v с ее проекцией A_nP . Требуется построить на ней натуральный масштаб. Для этого заключают ее в глубинную плоскость Q ($Q \perp K$), у которой предельной прямой является линия главного вертикала. Предметный след Q_0Q_∞ глубинной плоскости пройдет через главную точку P и предметный след A_n прямой, а картинный след Q_0Q_K через точку Q_0 перпендикулярно основанию картины ($Q_0Q_K \perp kk$).

Обратимся к рисунку 105, б. Заметим, что на нем произвольно направленная прямая A_0A_∞ лежит в предметной плоскости, у которой основание картины является ее картинным следом, а линия горизонта — предельной прямой. В этом случае перспективный масштаб переносят на заданную прямую с помощью масштабной точки M_v .

Аналогичные построения выполняют относительно глубинной плоскости (см. рис. 112), в которой находится восходящая прямая A_nP_v особого положения. В этом примере совмещенную точку зрения $\bar{S}$ заменяют дистанционной ($P\bar{S} = PD$). Тогда масштабную точку M_v для восходящей прямой определяют, отложив отрезок $A_\infty D = A_\infty M_v$ на предельной прямой (линии главного вертикала) этой плоскости.

Для переноса заданного масштаба на восходящую прямую особого положения через точку A_n проводят линию переноса M_vA_n до пересечения с картинным следом плоскости и определяют начальную точку отсчета 0_K . Затем откладывают от нее отрезки натурального масштаба 0_K-1_K , 1_K-2_K , 2_K-3_K , которые переносят на заданную прямую A_nA_∞ при помощи линий переноса с их точкой схода M_v .

Для построения на картине перспективного масштаба на прямой особого положения ее заключают в глубинную плоскость и откладывают

вают отрезки натурального масштаба на картинном следе. Затем переносят их линиями переноса с масштабной точкой схода, расположенной на линии главного вертикала.

Перспективный масштаб на восходящую или нисходящую прямую особого положения можно перенести по-другому — способом построения прямоугольного треугольника, вынесенного в плоскость картины (см. рис. 111).

На картине (рис. 113) задан отрезок AB нисходящей прямой особого положения. Требуется определить его натуральную величину. Заметим, что отрезок AB и его проекция ab находятся в глубинной плоскости, которая на картине изображена в виде прямоугольного треугольника AaB . Выносим его в картинную плоскость. Для определения натуральной величины горизонтального катета aB применяют масштаб глубин, а для вертикального катета Aa — масштаб высот, при этом с общей точкой схода D для линий переноса. Тогда гипотенуза A_kB_0 будет натуральной величиной заданного отрезка AB нисходящей прямой особого положения.

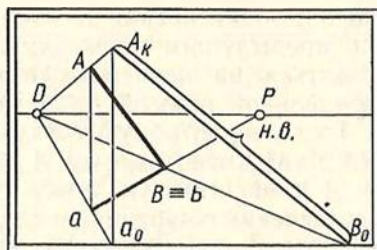


Рис. 113

Перспективный масштаб на прямой общего положения. Прямая, на которой необходимо построить перспективный масштаб, расположена произвольно в предметном пространстве и может быть восходящей или нисходящей. Рассмотрим этот случай только на картине без обоснования построений на проецирующем аппарате, поскольку он аналогичен предыдущим примерам.

Зададим картину с ее элементами и произвольно направленную нисходящую прямую AA_∞ (рис. 114). Для переноса на нее натурального масштаба выполняют построения в следующей последовательности.

Сначала проводят через заданную прямую вспомогательную проецирующую плоскость Q , перпендикулярную картине. Тогда предметный след Q_0Q_∞ этой плоскости пройдет через точку $A \equiv A_n$ (предметный след прямой) и главную точку картины P как перспективную точку глубинной прямой. Затем отмечают точку Q_0 пересечения предметного следа вспомогательной плоскости с основанием картины.

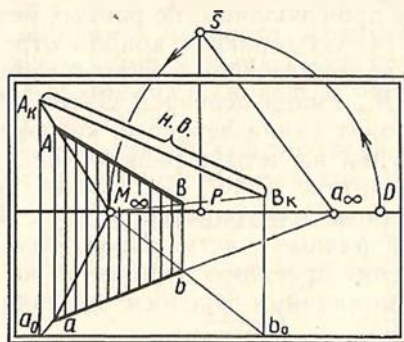
Для построения картинного следа Q_0Q_k плоскости Q проводят ее предметную прямую PA_∞ . Затем через точку Q_0 параллельно предметной прямой PA_∞ проводят картинный след Q_0Q_k вспомогательной плоскости Q .

отрезка ab , определяют ее предельную точку a_∞ и строят для нее масштабную точку M_∞ . Затем находят натуральную величину катетов прямоугольного треугольника a_0b_0 и A_ka_0 , пользуясь линиями переноса с масштабной точкой схода M_∞ . Гипотенуза A_kB_0 , вынесенная в плоскость картины, будет натуральной величиной заданного отрезка AB .

На картине (рис. 116) задан отрезок AB нисходящей прямой общего положения. Требуется определить его натуральную величину способом выноса его в плоскость картины без построения прямоугольного треугольника.

Для этого находят предельную a_∞ и масштабную M_∞ точки для проекции данной прямой. Затем с помощью масштабной точки M_∞ и линий переноса определяют натуральную величину проекции отрезка a_0b_0 , а также размеры высот A_ka_0 и B_kb_0 точек A и B от предметной плоскости. Полученный в плоскости картины отрезок A_kB_k является натуральной величиной заданного.

Рис. 116



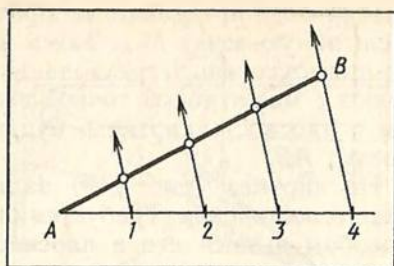
§ 21. ПРОСТЕЙШИЕ МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Перспективный масштаб имеет широкое применение в решении метрических задач, но он не является единственным способом. В некоторых случаях бывает более удобен так называемый геометрический способ. В данном параграфе и будут рассмотрены элементарные метрические задачи, которые можно решать не только с помощью перспективного масштаба, но и геометрическим способом.

При решении любой задачи метрического характера следует помнить, что она будет метрически определенным только в том случае, если в условие входят конкретные данные, определяющие положение точки зрения и основных плоскостей проекционного аппарата, т. е. заданы все элементы картины. Если эти условия не соблюдены, то задача может иметь несколько решений.

Рассмотрим простейшие метрические задачи и способы их решения.

Деление отрезка на равные части. Эти задачи особенно часто применяются в практике построения перспективных изображений.

 $\delta)$

Пример 2. На картине (рис. 118) задан произвольно расположенный в предметном пространстве отрезок AB . Требуется разделить его на три равные части. Пользуясь теоремой Фалеса (см. рис. 117, б), делят проекцию отрезка ab на три равные части. Затем вертикальными линиями переносят деления на пространственный отрезок AB .

Пример 3. На картине (рис. 119) дан отрезок AB . Требуется увеличить его в четыре раза. Для этого через проекцию a точки A проводят горизонтальную прямую и с помощью произвольной точки схода B_∞ выносят на нее проекцию ab отрезка. На горизонтальной прямой от точки 1 откладывают еще три равных отрезка $1-2$, $2-3$, $3-4$. Конец c_1 переносят на продолжение проекции ab заданного отрезка. В заключение, используя вертикальную прямую, находят положение точки C и определяют искомый отрезок $AC=4AB$.

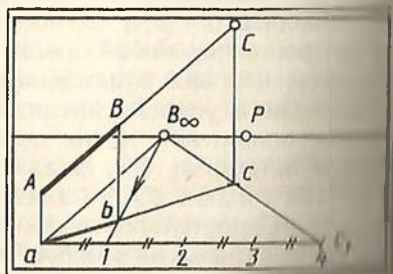
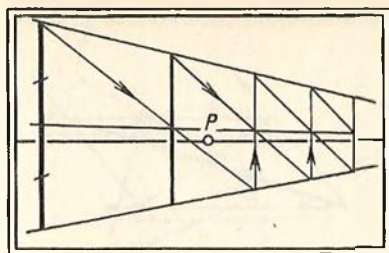
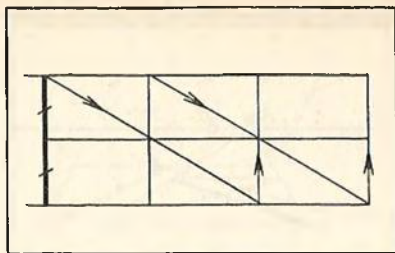


Рис. 119



а)

Рис. 120



б)

Пример 4. На картине (рис. 120, а) даны два вертикальных столба. Требуется в пределах картины построить еще несколько таких же столбов на одинаковом расстоянии. Для решения этой задачи удобно применить геометрические построения в вертикальных прямоугольниках, в которых диагонали определяют искомые расстояния (рис. 120, б). Эти же построения выполняют на картине. Оба заданных столба делят пополам и проводят через их середины горизонтальную прямую. Затем через верхний конец первого столба и середину второго проводят диагональ, конец которой отметит основание третьего столба, и т. д.

Этот же способ применяют для построения прямоугольников, лежащих в предметной или горизонтальной плоскости (рис. 121).

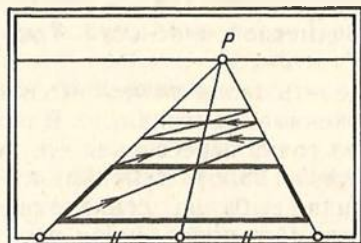


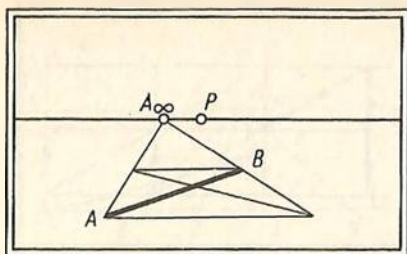
Рис. 121

Деление отрезка пополам и его удвоение. При различных построениях в перспективе возникает необходимость уменьшить или увеличить отрезок вдвое. Существует много простейших геометрических способов решения таких метрических задач. Рассмотрим некоторые из них.

Пример 5. На картине (рис. 122, а) дан отрезок AB , произвольно лежащий в предметной плоскости. Требуется разделить его пополам.

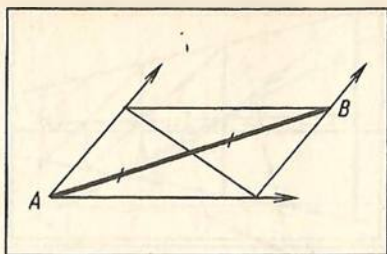
В этом случае можно применить геометрический способ построения параллелограмма, диагонали которого делятся пополам в точке их пересечения (рис. 122, б).

Через концы отрезка AB проводят параллельные прямые AA_∞ и BB_∞ , точка схода A_∞ которых взята произвольно на линии горизонта и две горизонтальные прямые, параллельные основанию картины. В построенном параллелограмме отрезок AB является диагональю, который разделится пополам второй диагональю.

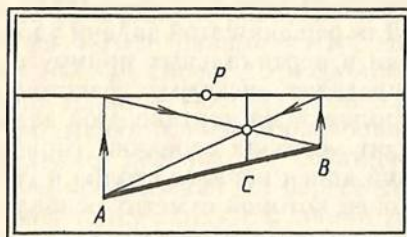


а)

Рис. 122

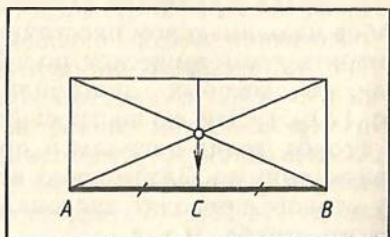


б)



а)

Рис. 123



б)

Пример 6. На картине (рис. 123, а) задан отрезок AB , произвольно лежащий в предметной плоскости. Требуется разделить его пополам.

Здесь можно применить геометрический способ построения прямоугольника, расположенного вертикально. В нем вертикальная прямая, проведенная через точку пересечения его диагоналей, разделит сторону AB пополам (рис. 123, б). Заметим, что на картине верхняя сторона прямоугольника выбрана совпадающей с линией горизонта. Вертикальная прямая, проведенная через точку пересечения диагоналей, определит середину C отрезка AB .

Пример 7. На картине (рис. 124) задан отрезок AB , произвольно лежащий в предметной плоскости. Требуется его удвоить.

Решение этой задачи осуществляется предыдущим способом. Сначала через точки A и B проводят вертикальные стороны прямоугольника. Сторону с точкой B делят пополам. Через точку деления и

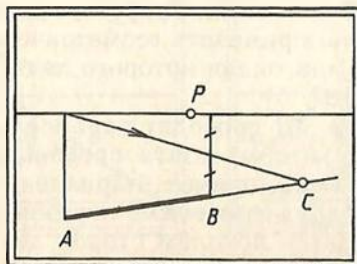
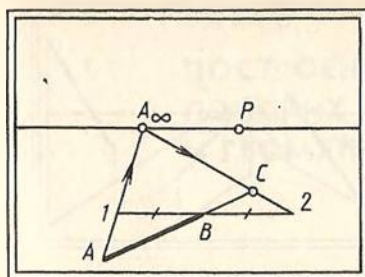
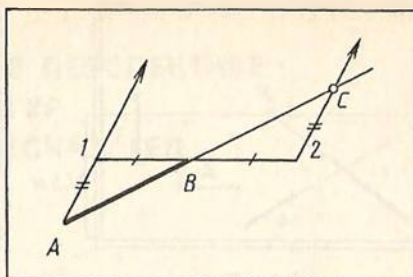


Рис. 124



а)

Рис. 125



б)

Верхний конец другой вертикальной стороны проводят диагональ, которая на продолжении отрезка AB отметит точку C . Отрезок $AC = 2AB$.

Пример 8. На картине (рис. 125, а) задан отрезок AB , произвольно лежащий в предметной плоскости. Требуется его удвоить.

Для этого применяют геометрический способ центральной симметрии (рис. 125, б). Через конец B проводят горизонтальную прямую и в обе стороны откладывают на ней произвольные, но равные отрезки $B-1$ и $B-2$. Дальнейшее построение ясно из чертежа.

В перспективе через точки A и 1 проводят прямую и отмечают на линии горизонта ее предельную точку A_∞ . Прямая $A_\infty 2$ отметит на продолжении отрезка AB точку C . Отрезок AC равен удвоенному отрезку AB , заданному на картине.

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Что называется масштабом картины? Какими способами может быть задан масштаб картины?
2. Что называется масштабом глубин, широт и высот?
3. Что такое дробная дистанционная точка? В каких случаях ее применяют на картине? Приведите примеры.
4. Каково значение масштабной шкалы и в чем ее удобство при построении перспективных изображений?
5. Какие направления прямой возможны при произвольном масштабе?
6. Что такое масштабная точка? В каких случаях ее применяют?
7. Задайте картину с ее элементами и на ней три отрезка в следующих положениях:
 - а) расположен вертикально;
 - б) лежит в предметной плоскости на глубинной прямой;
 - в) лежит в предметной плоскости и расположен параллельно основанию картины; задайте их натуральную величину, применив соответствующие масштабы, так, чтобы высоты линии горизонта составляли 1,5 м.
8. Задайте картину с ее элементами и на ней три отрезка в следующих положениях:
 - а) лежит в предметной плоскости и расположен под произвольным углом к линии горизонта картины;
 - б) — восходящая прямая особого положения;
 - в) — нисходящая прямая общего положения.

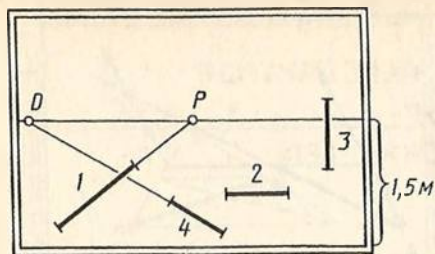


Рис. 126

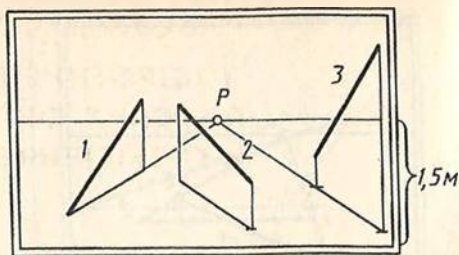


Рис. 127

Определите натуральную величину этих отрезков в масштабе данной картины, зная, что высота линии горизонта составляет 2 м.

9. На картине (рис. 126, 127) заданы отрезки в различных положениях и высота линии горизонта 1,5 м. Применив соответствующие масштабы, определите их натуральные размеры в масштабе данной картины. Предварительно определите, какое направление имеет каждый из заданных отрезков.

10. Какие задачи называются метрическими? Приведите примеры решения метрических задач.

Глава V.

ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ ПЛОСКИХ ФИГУР И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Окружающие нас предметы имеют в основе форму простейших геометрических тел, плоскогранных (куб, параллелепипед, призма, пирамида) и круглых (цилиндр, конус, шар, различные виды тора). Их поверхности могут быть наклонены к предметной и картинной плоскостям под различным углом, по-разному расположены относительно друг друга.

При изображении на картине предметов различной формы возникает необходимость строить в перспективе плоские углы (в том числе прямые), простейшие фигуры и геометрические тела. Все эти построения выполняют по определенным правилам перспективы, которые и будут рассмотрены в этой главе.

§ 22. ПОСТРОЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР В ПРОСТЕЙШЕМ ПОЛОЖЕНИИ

Используя материал, изложенный в предыдущих параграфах, можно построить перспективные изображения плоских углов 90° и 45° , расположенных в горизонтальной и вертикальной плоскостях. А на основе позиционных и метрических свойств — квадрат и прямоугольник с заданной стороной, расположенные горизонтально и вертикально. Заметим, что в данных примерах определение размеров изображаемых фигур не предусматривается.

Пример 1. На картине (рис. 128) параллельно ее основанию задана сторона AB квадрата. Требуется построить квадрат, расположенный в предметной плоскости. Сначала при вершинах A и B строят прямые углы, для чего проводят глубинные прямые AP и BP . Затем через вершину B (или A) — диагональ, предельной точкой которой является дистанционная. Точка C на прямой AP определит положение стороны CE искомого квадрата.

Пример 2. На картине (рис. 129) задана сторона AB квадрата вертикально. Требуется построить квадрат, расположенный перпендикулярно картинной и предметной плоскостям. Направлением сторон прямого угла при вершинах A и B будут глубинные прямые AP и BP . Чтобы отложить на них стороны квадрата, приводят AB в горизонтальное положение AB_1 и переносят его величину при помощи дистанционной точки на глубинную прямую AP . Точка C определит положение стороны CE квадрата.

Пример 3. На картине (рис. 130) сторона квадрата AB лежит на

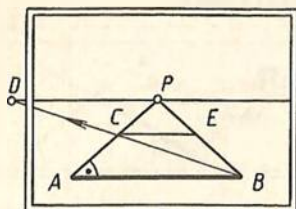


Рис. 128

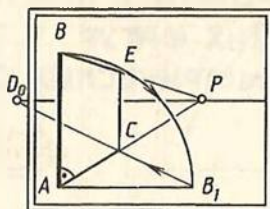


Рис. 129

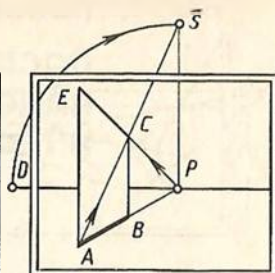


Рис. 130

глубинной прямой. Требуется построить квадрат, расположенный перпендикулярно картинной и предметной плоскостям.

Сначала проводят через концы A и B вертикальные прямые, образующие с заданной стороной квадрата прямые углы. Затем через точку A проводят диагональ квадрата, предельной точкой которой будет совмещенная точка зрения S . Через точки P и C проводят верхнюю сторону CE квадрата, параллельную стороне AB .

Пример 4. На картине (рис. 131) сторона AB квадрата вертикальная. Требуется построить квадрат, расположенный перпендикулярно к предметной плоскости и под произвольным углом к картине.

Стороны квадрата, перпендикулярные к AB , лежат на прямых, предельной точкой которых может быть любая на линии горизонта, например A_∞ . Величину стороны AC квадрата определяют при помощи масштабной точки M_∞ . Затем через точку C проводят вертикальную сторону CE искомого квадрата.

Пример 5. На картине (рис. 132) сторона AB квадрата лежит в предметной плоскости. Ее предельной точкой является дистанционная точка D_2 . Требуется построить квадрат, лежащий в предметной плоскости. Стороны прямых углов при вершинах A и B лежат на прямых с точкой схода D_1 . Чтобы определить положение четвертой стороны квадрата, находят вершину C . Заметим, что она лежит на диагонали квадрата с предельной точкой P .

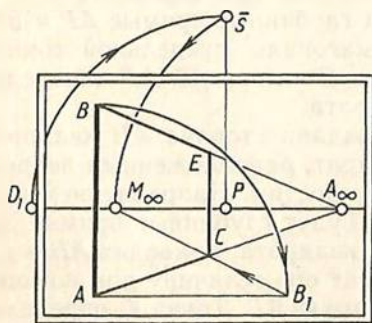


Рис. 131

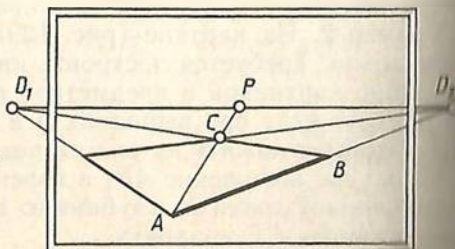


Рис. 132

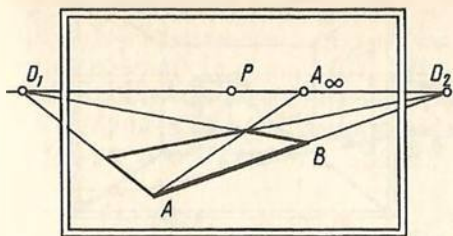


Рис. 133

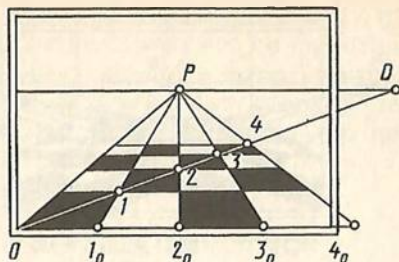


Рис. 134

Пример 6. На картине (рис. 133) задана большая сторона AB прямоугольника с предельной точкой D_2 . Требуется построить прямоугольник, лежащий в предметной плоскости.

Построение прямоугольника аналогично выполнению квадрата в предыдущем примере. Здесь предельной точкой диагонали квадрата будет любая точка A_∞ на линии горизонта и справа от главной точки P .

Этим построением можно воспользоваться при изображении паркета, выложенного квадратными плитками или елочкой.

Пример 7. На основании картины (рис. 134) заданы стороны $0-1_0, 1_0-2_0, 2_0-3_0, 3_0-4_0$ квадратных плит. Требуется построить перспективное изображение части пола, выложенного такими плитками.

Сначала строят глубинные прямые сторон квадрата с главной точкой схода P . Затем через точки 0 и D проводят диагональ квадратов, которая в пересечении с каждой глубинной прямой отметит точки $1, 2, 3, 4$. Через отмеченные точки проводят горизонтальные прямые, параллельные основанию картины. Они определяют перспективу квадратных плит, расположенных в плоскости пола.

Пример 8. На картине (рис. 135) положение квадратных паркетных плит соответствует изображению, данному на рисунке 132, где точками схода их сторон являются дистанционные точки D_1 и D_2 , а диагоналей — главная точка P .

Пример 9. Используя предыдущие построения, требуется изобразить в перспективе комнату с фронтальной стеной по заданным размерам и при высоте линии горизонта 1,5 м. Размеры комнаты: ширина 4 м, глубина 5 м, высота 3 м. (Здесь и далее в тексте линии пересечения стен с полом и потолком будем условно называть плинтусом и карнизом.) Построение комнаты в перспективе выполняют в такой последовательности (рис. 136).

Сначала изображают горизонтальную плоскость пола шириной 4 м, которая (по условию) соответствует длине рамки картины. Его боковые плинтусы перпендикулярны основанию картины и имеют точку схода P . Отложив высоту комнаты 3 м на рамке картины, строят боковые карнизы с точкой схода P . Пользуясь масштабом, заданным дистанционной точкой D_1 или D_2 , отмечают глубину комнаты (5 м). Точка A определит положение горизонтального плинтуса в первой фронтальной стене. Пользуясь масштабами глубин,

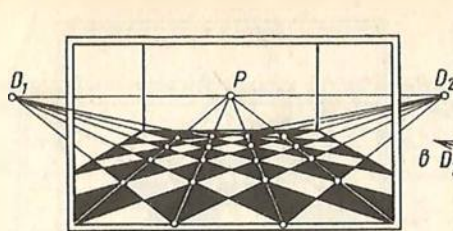


Рис. 135

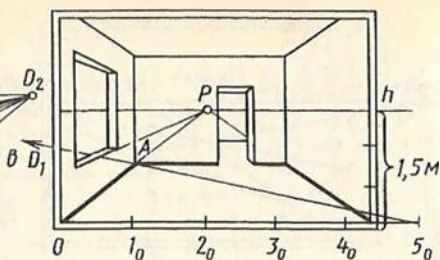
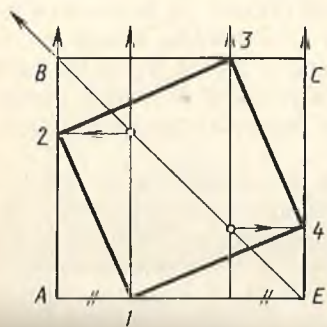


Рис. 136

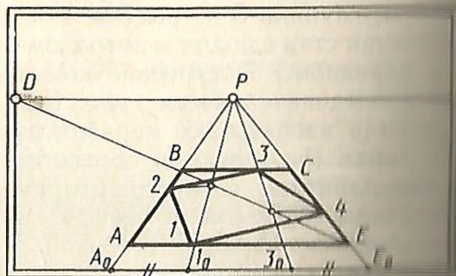
широт и высот, строят оконный и дверной проемы, а также предметы обстановки (на рисунке они не показаны), имеющие призматическую форму и простейшее положение относительно стен комнаты.

Если требуется построить квадрат, произвольно лежащий в предметной или горизонтальной плоскости, то его вписывают в другой квадрат (рис. 137, а). Заметим, что вершины 1, 2, 3, 4 вписанного квадрата находятся на одинаковом расстоянии от вершин A, B, C, E . Следовательно, их можно найти с помощью точек пересечения диагонали и вспомогательных прямых, проведенных параллельно сторонам описанного квадрата.

Построения на картине (рис. 137, б) выполняют в следующей последовательности. Сначала задают на основании картины размер стороны A_0E_0 описанного квадрата, положение на ней вершины 1 искомого квадрата и точку 3_0 , отложив $E_03_0 = A_0I_0$. Затем параллельно основанию картины на произвольной (или заданной) глубине строят перспективу стороны AE квадрата и точку 1 с помощью глубинных прямых. Далее через вершину E (или A) и дистанционную точку проводят диагональ, которая в пересечении с глубиной прямой A_0P определит вершину B . Через нее проводят сторону BC квадрата и находят на ней точку 3 ($3_0P \times BC$). Глубинные прямые I_0P и 3_0P в пересечении с диагональю квадрата определяют положение вершины 2 на стороне AB и вершины 4 на стороне CE . Соединив последовательно точки 1, 2, 3, 4, получают искомый квадрат, произвольно лежащий в предметной плоскости.



а)



б)

Рис. 137

Если задан размер стороны $1-4$ или $1-2$ вписанного квадрата с наклоном к основанию картины, то сначала строят его во фронтальном положении (см. рис. 137, а) и вписывают его в другой квадрат $ABCE$ простейшего положения. Затем, перенеся натуральные размеры сторон квадрата на основание картины, выполняют его перспективное изображение.

§ 23. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ УГЛОВ, ПРОИЗВОЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫХ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Положение любого угла (особенно прямого), лежащего в предметной или в параллельной ей плоскости имеет широкое применение при построении окружающих нас предметов и взаимного их расположения. Рассмотрим способы их построения в перспективе.

Зададим для упрощения доказательства лежащий в предметной плоскости проецирующего аппарата некоторый произвольный угол $B_{\infty}A_{\infty}A'_{\infty} = \alpha'$ (рис. 138, а). Для построения перспективы этого угла проводят лучи зрения параллельно его сторонам $A_0B'_{\infty}$ и $A_0A'_{\infty}$. В пересечении с картиной на линии горизонта они определяют предельные точки B_{∞} и A_{∞} сторон заданного угла. Соединив точку A_0 с предельными точками B_{∞} и A_{∞} , получают в перспективе угол $B_{\infty}A_0A_{\infty}$, соответствующий заданному натуральному углу α' .

Угол $B_{\infty}SA_{\infty}$, образованный в плоскости горизонта, равен заданному α' вследствие параллельности их сторон (по построению). Далее выполняют преобразования, повернув плоскость угла $B_{\infty}SA_{\infty}$ вокруг линии горизонта до совмещения с плоскостью картины. Тогда на картине совмещенное положение угла $B_{\infty}SA_{\infty}$ изобразится в натуральную величину, и он будет равен заданному углу α' . Его вершина совпадет с совмещенной точкой зрения $\bar{S}$, а стороны искомого угла будут опираться на линию горизонта в их предельных точках B_{∞} и A_{∞} .

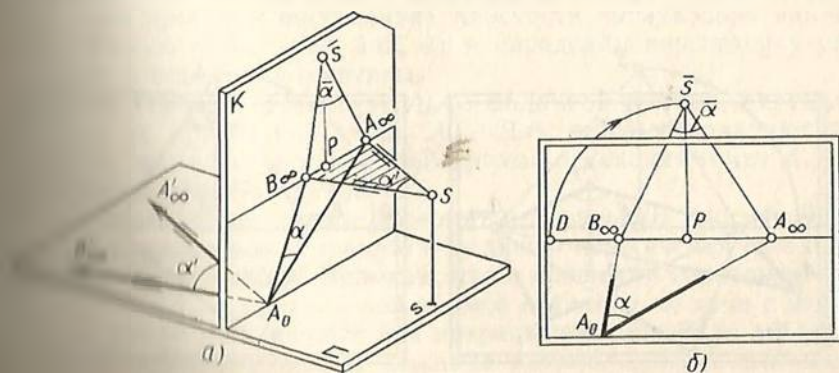


Рис. 138

Для построения перспективы угла, лежащего в горизонтальной плоскости, задают его натуральную величину при совмещенной точке зрения и продолжают стороны до пересечения с линией горизонта. Полученные точки пересечения будут предельными точками сторон искомого угла, вершина которого может быть задана в любом месте. На основе этого правила строят заданный угол на картине (рис. 138, б). Для этого при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ задают натуральную величину угла α и продолжают его стороны до пересечения с линией горизонта. Полученные точки A_∞ и B_∞ являются предельными точками сторон заданного угла α с вершиной A_0 в перспективе.

Заметим, что всякий угол на картине (рис. 139) с произвольно выбранной вершиной $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ и сторонами, имеющими одни и те же предельные точки A_∞ и B_∞ , равен по величине углу β , заданному при совмещенной точке зрения $\bar{S}$. Равенство углов на картине определяется параллельностью сторон, имеющих в перспективе общие предельные точки, т. е. точки схода A_∞ и B_∞ . По изображению на картине видно, что углы при вершине A_0 и A_1 лежат в предметной плоскости, A_2 и A_3 — в плоскостях, параллельных ей, при этом угол A_2 — ниже линии горизонта, а угол A_3 — выше.

На картине (рис. 140) в предметной плоскости заданы вершина A и направление одной из сторон угла. Требуется построить перспективу угла, лежащего в предметной плоскости и равного в натуре 60° .

Построение выполняют в такой последовательности.

Сначала определяют положение совмещенной точки зрения $\bar{S}$. Для этого из главной точки картины P проводят перпендикуляр к линии горизонта и откладывают на нем дистанционное расстояние $P\bar{S} = PD$.

Затем отмечают предельную точку A_∞ заданной стороны угла. Для этого продолжают заданную сторону угла до пересечения с линией горизонта.

Далее строят натуральную величину угла 60° при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ и заданной стороне $\bar{S}A_\infty$. Для этого соединяют предельную точку A_∞ с совмещенной точкой зрения $\bar{S}$. Откладывают

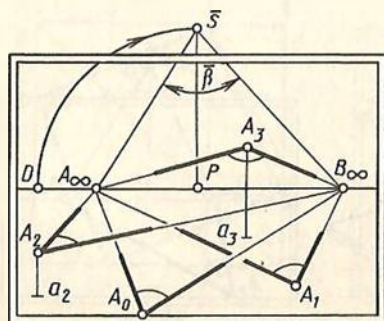


Рис. 139

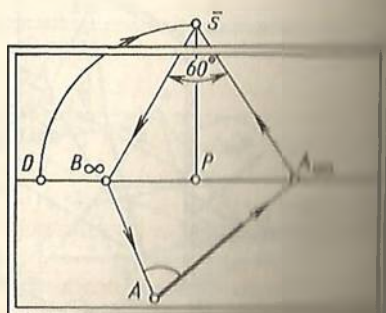


Рис. 140

натуральный угол 60° с вершиной $\bar{S}$ и стороной $\bar{SA}_\infty$. Затем продолжают вторую сторону угла до пересечения с линией горизонта и определяют ее предельную точку B_∞ .

Соединив заданную вершину A с полученной предельной точкой B_∞ , проводят вторую сторону угла AB_∞ . Угол $B_\infty AA_\infty$ является перспективой заданного угла 60° .

Для определения натуральной величины угла, лежащего в горизонтальной плоскости, по его изображению на картине строят предельные точки сторон угла, продолжив их до пересечения с линией горизонта. Полученные предельные точки соединяют с совмещенной точкой зрения. Угол при совмещенной точке зрения будет натуральной величиной угла, заданного на картине.

На картине (рис. 141) изображены две пересекающиеся дороги. Требуется определить натуральную величину угла между ними. Продолжив стороны угла, определяют их предельные точки A_∞ и B_∞ . Отложив на перпендикуляре дистанционное расстояние $PS = PD$, находят совмещенную точку зрения $\bar{S}$. Далее соединяют ее с предельными точками A_∞ и B_∞ сторон заданного угла. Угол $A_\infty SB_\infty$ с вершиной в совмещенной точке зрения является натуральной величиной заданного в перспективе угла α .

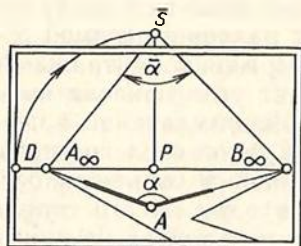


Рис. 141

Построение в перспективе угла наклона горизонтальной прямой картинной плоскости. Зададим на проецирующем аппарате в перспективе (для простоты построения) плоскости произвольно направленную прямую A_0A_∞ (рис. 142, а) и определим перспективу угла наклона к основанию картины.

Вначале строят перспективу A_0A_∞ заданной прямой, определив положение ее предельной точки A_∞ . Для этого направляют луч зрения SA_∞ параллельно заданной прямой и находят точку A_∞ его пересечения с линией горизонта.

Далее через точку зрения проводят нейтральную плоскость N и проводят нейтральную прямую n — линию пересечения ее с плоскостью горизонта ($n \parallel hh$). Заметим, что в плоскости горизонта углы между лучом SA_∞ и нейтральной прямой n и этого же луча с линией горизонта равны между собой как накрест лежащие. В то же время они равны заданному углу β' наклона прямой A_0A_∞ к основанию картины, так как их сходственные стороны параллельны.

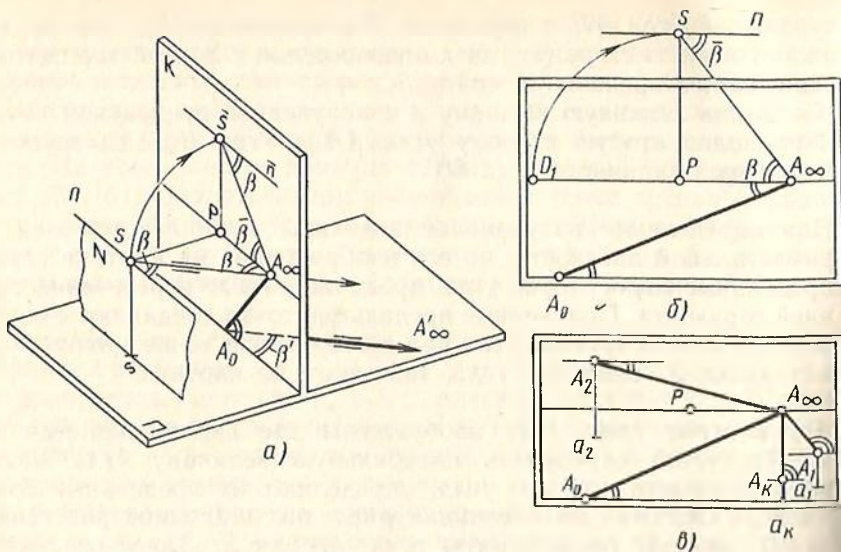


Рис. 142

Произведем преобразования, повернув плоскость горизонта вокруг линии горизонта до совмещения с плоскостью картины. Заметим, что на совмещенной плоскости натуральная величина β заданного угла определяется наклоном прямой SA_∞ к линии горизонта или к совмещенному положению нейтральной прямой.

На этой основе строят угол наклона прямой, лежащей в предметной плоскости, к основанию картины в перспективе (рис. 142, б). Построение выполняют в такой последовательности. Сначала строят заданный угол с вершиной в совмещенной точке зрения, приняв нейтральную прямую за одну из его сторон. Далее продолжают вторую сторону угла до пересечения с линией горизонта. Полученная точка A_∞ будет предельной точкой прямой A_0A_∞ , проведенной через точку A_0 под углом β к основанию картины.

Для построения перспективы угла наклона прямой к основанию картины задают его при совмещенном положении точки зрения, приняв нейтральную прямую за одну из сторон, и продолжают вторую сторону до пересечения с линией горизонта. Полученная точка пересечения будет предельной точкой любой прямой, составляющей с основанием картины заданный угол наклона.

В перспективе любые горизонтальные прямые A_0A_∞ , A_1A_∞ , A_2A_∞ , заданные в предметном пространстве и имеющие общую предельную точку A_∞ , наклонены к картине под одинаковым углом (рис. 142, а). Заметим, что в натуре заданный угол β острый. На картине изображение этого угла может быть острым (при вершине A_2 и A_1), прямым (при вершине A_0) или тупым (при вершине A_1).

На картине (рис. 143) задана точка A . Требуется провести через точку A прямую, лежащую в предметной плоскости и под углом β к основанию картины.

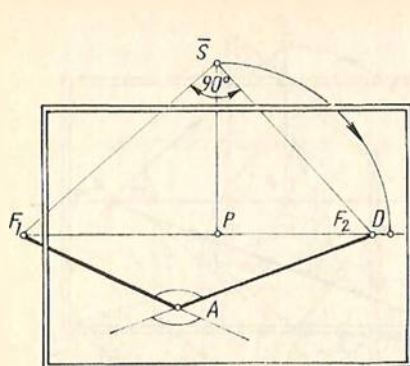


Рис. 145

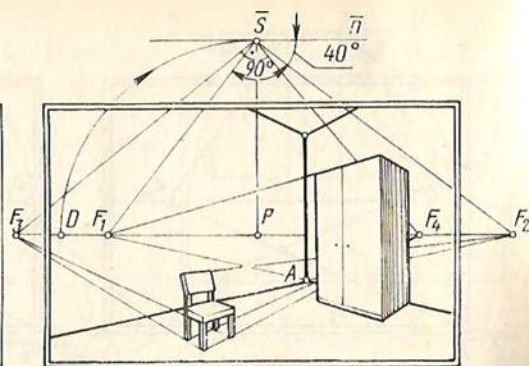


Рис. 146

прямого угла к основанию картины также произволен. Если нужно построить прямой угол в определенном положении, то задают наклон одной из его сторон к основанию картины, например 40° (рис. 146).

Сначала определяют совмещенное положение точки зрения $\bar{S}$ и нейтральной прямой $\bar{n}$ и строят при них заданный угол 40° . Затем продолжают эту сторону до пересечения с линией горизонта и определяют предельную точку F_2 одной стороны прямого угла. При совмещенной точке зрения $\bar{S}$ и стороне $\bar{S}F_2$ строят прямой угол и определяют предельную точку F_1 второй стороны прямого угла. Соединив заданную точку A с предельными точками F_1 и F_2 , определяют положение прямого угла в перспективе с учетом указанных условий.

Проведя через точку A вертикальную прямую заданной высоты и направив через ее верхний конец в точки схода F_1 и F_2 еще одну пару прямых под углом 90° , получают прямой угол, образованный двумя вертикальными плоскостями. Продолжив эти плоскости до пересечения с картиной, строят изображение внутреннего угла комнаты.

Если в углу комнаты находятся предметы обстановки (стол, шкаф, стенка, тумба для телевизора и др.), расположенные вдоль стены, то стороны прямых углов будут иметь те же точки схода F_1 и F_2 , что и угол комнаты. Если предмет, например кресло, стоит в комнате произвольно, то точками схода его ребер, составляющими прямой угол, будет другая пара точек F_3 и F_4 . Их строят также при совмещенной точке зрения под углом 90° .

Для построения паркетных плит в углу комнаты используют предельную точку I диагоналей квадратов, которую определяют путем деления прямого угла при совмещенной точке зрения пополам и проведения биссектрисы $\bar{S}I$ до пересечения с линией горизонта (рис. 147). С помощью масштабной точки M , размеры сторон квадрата переносят на одну из сторон угла комнаты и проводят параллельные линии. В пересечении этих линий с диагональю $\bar{S}I$ определяют точки, через которые проводят параллельные линии другой стороны угла комнаты.

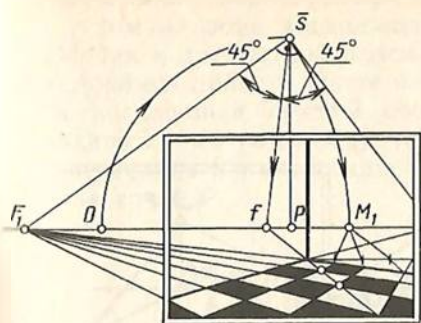


Рис. 147

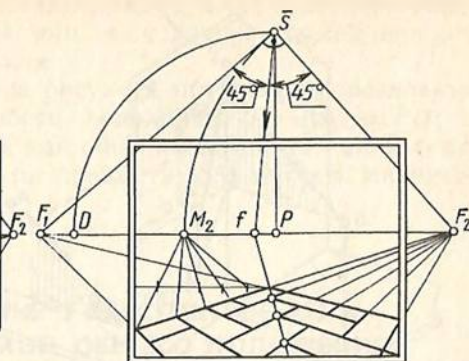


Рис. 148

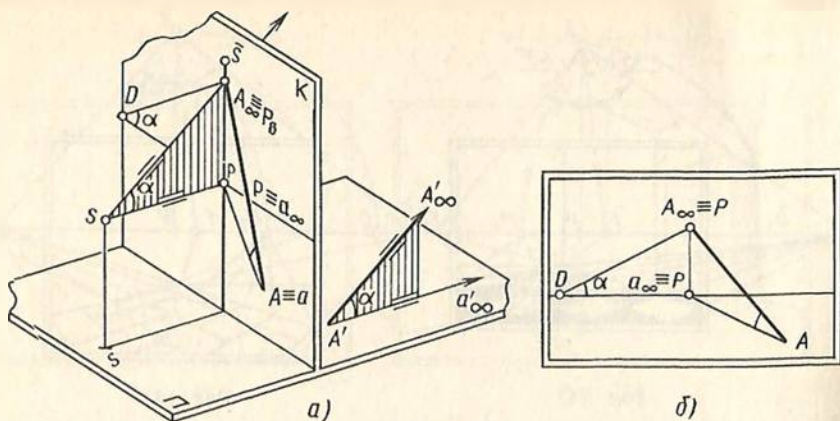
По такому же принципу строят паркет пола елочкой, используя предельную точку f биссектрисы прямого угла при совмещенной точке зрения (рис. 148).

§ 24. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ УГЛА НАКЛОНА ПРЯМОЙ ОСОБОГО ПОЛОЖЕНИЯ К ПРЕДМЕТНОЙ ПЛОСКОСТИ

Зададим в предметном пространстве восходящую прямую $A'A_\infty$ с проекцией $A'a'_\infty$ на предметную плоскость, перпендикулярной основанию картины (рис. 149, а). Это условие определяет положение глубинной прямой, предельной точкой которой является главная точка картины ($P \equiv a_\infty$). Предельную точку A_∞ восходящей прямой особого положения на картине находят в пересечении луча зрения SA_∞ , проведенного параллельно заданной прямой, с линией главного вертикала, т.е. с перпендикуляром PS .

Имеем, что угол $A_\infty SP$ находится в плоскости главного луча зрения и равен заданному углу $A'_\infty A'a'_\infty$ наклона восходящей прямой к предметной плоскости, так как их сходственные стороны параллельны (по построению). Полученный прямоугольный треугольник $A_\infty SP$ совместим с плоскостью картины, вращая его вокруг гипотенузы PA_∞ . На картине он займет совмещенное положение $A_\infty DP$ ($SP = DP$), и угол α при дистанционной точке будет натуральным углом наклона восходящей прямой к предметной плоскости. Пользуясь этим положением, строят на картине заданный угол наклона восходящей прямой особого положения к предметной плоскости (рис. 149, б).

Для построения в перспективе угла наклона восходящей прямой особого положения к предметной плоскости его задают при дистанционной точке над линией горизонта. Продолжив сторону угла до пересечения с линией главного вертикала, получают пре-

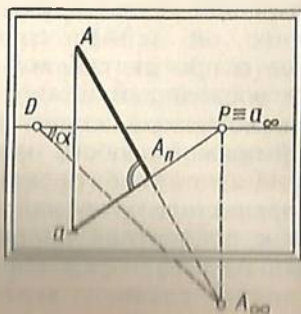


дельную точку восходящей прямой особого положения, наклоненной к предметной плоскости под заданным углом.

Построение угла наклона нисходящей прямой особого положения к предметной плоскости выполняют аналогично. Но для нахождения предельной точки нисходящей прямой заданный угол строят при дистанционной точке под линией горизонта (рис. 150).

Если восходящая или нисходящая прямая особого положения задана на картине, то определение натуральной величины угла наклона к предметной плоскости будет обратной задачей. Сначала продолжают отрезок прямой до пересечения с линией главного вертикала и определяют ее предельную точку A_{∞} . Затем предельную точку восходящей или нисходящей прямой особого положения соединяют с дистанционной точкой. Полученный при ней угол является натуральной величиной угла наклона заданного отрезка к предметной плоскости. В данном примере прямая AA_{∞} является нисходящей прямой особого положения.

Для определения угла наклона восходящей или нисходящей прямой особого положения к предметной плоскости по изображению ее на картине находят предельную точку заданной прямой, проведя ее до пересечения с линией главного вертикала, и переносят найденную точку с дистанционной. Угол между проведен-



Page 150

прямой и линией горизонта при дистанционной точке будет натуральным углом наклона восходящей или нисходящей прямой особого положения к предметной плоскости.

Условимся далее в тексте и на рисунках обозначать предельные точки восходящей прямой особого положения P_v ($A_\infty \equiv P_v$), а нисходящей — P_n ($A_\infty \equiv P_n$), так как они находятся на линии главного вертикала и их проекцией на предметную плоскость является главная точка P .

§ 25. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ УГЛА НАКЛОНА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ К ПРЕДМЕТНОЙ ПЛОСКОСТИ

Зададим в предметном пространстве проецирующего аппарата произвольно направленную восходящую прямую $A'A_\infty$ под углом α' к предметной плоскости (рис. 151, а). Для построения перспективы восходящей прямой общего положения и определения величины угла наклона ее к предметной плоскости сначала находят на картине конец A . Затем строят предельные точки A_∞ и a_∞ восходящей прямой и ее проекции. В нейтральном пространстве образовался прямоугольный треугольник, у которого прямая $A_\infty a_\infty$ является линией пересечения плоскости $a_\infty S A_\infty$ с картиной, поэтому предельные точки будут находиться на перпендикуляре, проведенном к линии горизонта через точку a_∞ . Отрезок AA_∞ — это перспектива нисходящей прямой общего положения и Aa_∞ — ее проекция на предметную плоскость.

Заметим, что угол $A_\infty S a_\infty$ при точке зрения равен углу наклона восходящей прямой к предметной плоскости, так как параллельны соответственные стороны, а также по построению. Данный угол

находится в плоскости прямоугольного треугольника ($\widehat{A_\infty a_\infty S} = 90^\circ$). Повернув этот треугольник вокруг катета $A_\infty a_\infty$, его

совместят с плоскостью картины. В совмещенном треугольнике

получим $\widehat{A_\infty M_\infty a_\infty} = \alpha$.

Из построения видно, что натуральная величина угла наклона восходящей прямой к предметной плоскости определяется при масштабной точке M_∞ на линии горизонта, вертикальный катет $A_\infty a_\infty$ совмещенного треугольника совпадет с картиной, а горизонтальный катет $a_\infty M_\infty$ равен величине $a_\infty S$. Величину горизонтального катета $a_\infty S$ можно определить на картине вращением треугольника $a_\infty S P$, в котором он является гипотенузой, и совмещением его с плоскостью картины (PSA_∞). Тогда $a_\infty S = a_\infty M_\infty$.

Построение на картине восходящей прямой общего положения, наклонной под углом α к предметной плоскости, показано на рис. 151, б.

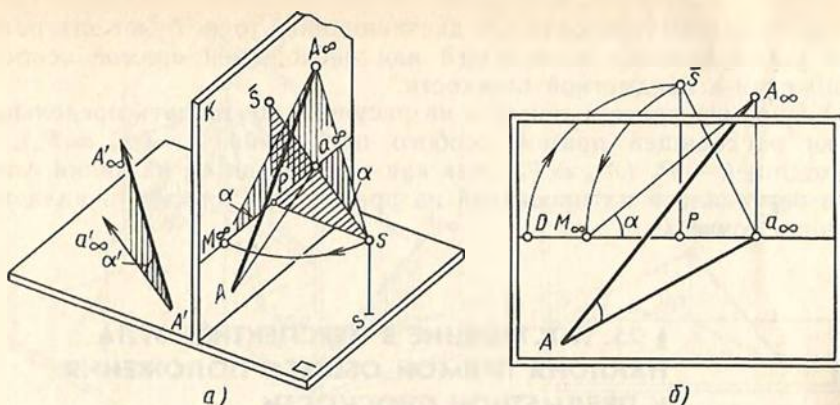


Рис. 151

Для построения в перспективе угла наклона восходящей прямой общего положения к предметной плоскости его задают на линии горизонта при масштабной точке проекции данной прямой. Продолжив сторону этого угла до пересечения с перпендикуляром, проведенным через предельную точку ее проекции, получают предельную точку восходящей прямой общего положения, направленной к предметной плоскости под заданным углом.

Для построения перспективы угла наклона нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости задают натуральный угол при масштабной точке этой прямой под линией горизонта.

Для определения угла наклона восходящей или нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости, заданной на картине, находят масштабную точку ее проекции и предельную точку этой прямой. Прямая, проведенная через масштабную и предельную точки, с линией горизонта определит натуральную величину угла наклона ее к предметной плоскости.

На картине (рис. 152) заданы нисходящая прямая AB общего положения и ее проекция ab . Требуется определить натуральную величину угла наклона нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости. Построение выполняют в следующей последовательности. Сначала продолжают проекцию заданной нисходящей прямой до пересечения с линией горизонта и отмечают ее предельную точку a_∞ . Затем продолжают нисходящую прямую до пересечения с перпендикуляром, проведенным к линии горизонта вниз через точку a_∞ , и определяют предельную точку A_∞ данной прямой. Далее построив совмещенную точку зрения ($\overline{PS} = PD$) и отложив $a_\infty M_\infty = a_\infty S$ на линии горизонта, отмечают масштабную точку M_∞ . Новая точка $M_\infty A_\infty$, соединяющая масштабную и предельную точки, образует с линией горизонта угол α наклона нисходящей прямой общего положения к предметной плоскости, заданной на картине.

Натуральную величину отрезка восходящей или нисходящей прямой общего положения и угла наклона к предметной плоскости можно определить способом выноса его в плоскость картины.

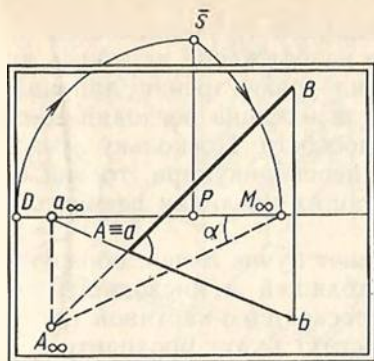


Рис. 152

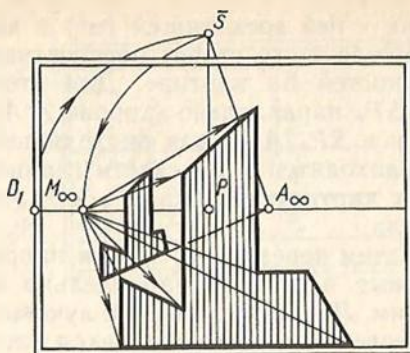


Рис. 153

помощи масштабной точки. Этот способ подробно рассмотрен в § 20 (см. рис. 115, 116). Заметим, что его можно применять для построения или определения натуральных углов и линейных размеров какой-либо плоской фигуры.

На картине (рис. 153) задана фигура в вертикальной плоскости. Требуется определить ее натуральную величину. Для этого проецируют ее основание до пересечения с линией горизонта и определяют предельную точку A_∞ . Масштабную точку M_∞ для этой прямой строят, отложив $A_\infty \bar{S} = A_\infty M_\infty$. Через масштабную точку и углы фигуры проводят пучок параллельных прямых до пересечения с плоскостью картины. Соединив последовательно все точки пересечения прямых с картиной, получают совмещенную фигуру с натуральными углами и линейными размерами.

§ 26. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ УГЛОВ НАКЛОНА ВОСХОДЯЩЕЙ И НИСХОДЯЩЕЙ ПЛОСКОСТЕЙ К ПРЕДМЕТНОЙ ПЛОСКОСТИ

В предыдущих параграфах рассмотрены случаи построения и определения угла наклона к предметной плоскости восходящей и нисходящей прямых особого и общего положений. Эти построения положены в основу определения угла наклона восходящей и нисходящей плоскостей. Ими пользуются при изображении горной лестниц, спуска и подъема горы, наклонных картин на стене, улиц и др.

Построение угла наклона плоскости особого положения. Как известно, угол наклона восходящей и нисходящей плоскостей к предметной плоскости определяют линейным углом. Обратимся к проецирующему аппарату (рис. 154, а).

В предметном пространстве заданы восходящая Π_v и нисходящая Π_n плоскости особого положения. Условно «расщепив» предметную плоскость по глубинной прямой $A'A'_\infty$, отмечают углы на-

клона к ней восходящей (α') и нисходящей (β') плоскостей.

После этого строят перспективное изображение линейных углов плоскостей на картине. Для этого из точки зрения направляют луч SP_v параллельно стороне $A'A'_v$ угла наклона восходящей плоскости и $SP_{II} \parallel A'A'_{II}$ для нисходящей плоскости. Поскольку лучи зрения находятся в плоскости главного перпендикуляра, то они пересекут картину в точках P_v и P_{II} , лежащих на линии главного вертикала.

Затем через точку зрения направляют пучок лучей, образующих лучевые плоскости параллельно восходящей и нисходящей плоскостям. Линии пересечения лучевых плоскостей с картиной (на основе теоремы о пересекающихся плоскостях) будут проходить параллельно линии горизонта через предельные точки P_v и P_{II} сторон линейных углов. Таким образом, на картине определены предельные прямые восходящей h_v и нисходящей h_{II} плоскостей особого положения и их предметный след l_{II} , проходящий через точку A параллельно картинному следу.

Далее необходимо определить на картине углы наклона этих плоскостей к предметной плоскости, т. е. линейные углы, которые образуются прямыми особого положения. Для этого рассмотрим в плоскости главного луча зрения треугольники P_vPS и $P_{II}PS$. Заметим, что они прямоугольные, имеют общий катет PS и углы при точке зрения равны углам наклона восходящей ($\alpha' = \alpha$) и нисходящей ($\beta' = \beta$) плоскостей. Сделаем преобразования и повернем треугольники вокруг линии главного вертикала до совмещения с картиной. Тогда они займут положение P_vD_1P и PD_1P_{II} , а вершины линейных углов наклона плоскостей будут находиться в дистанционной точке. При этом натуральная величина угла наклона для восходящей плоскости расположена над линией горизонта, а для нисходящей — под линией горизонта.

Для построения предельной прямой восходящей или нисходящей плоскости особого положения с заданным углом наклона к предметной плоскости его задают при дистанционной точке к линии горизонта и продолжают сторону угла до пересечения с линией главного вертикала. Предельная прямая плоскости пройдет через полученную точку параллельно линии горизонта для восходящей плоскости и над ней, для нисходящей — под ней.

На картине (рис. 154, б) при точке D к линии горизонта построены углы α для восходящей плоскости и β для нисходящей. Пересечение сторон углов с линией главного вертикала определяет положение точек P_v и P_{II} , через которые проводят предельные прямые восходящей и нисходящей плоскостей. Заметим, что для этих плоскостей дистанционные точки задают на предельных прямых расстояниями $DP_v = P_vD_v$ и $DP_{II} = P_{II}D_{II}$.

На картине дан отрезок AB , через который требуется провести нисходящую (рис. 155, а) и восходящую (рис. 155, б) плоскости под углами соответственно α и β к предметной плоскости. Для этого при точке D (или D_v) строят для нисходящей плоскости линейный угол α под линией горизонта, а для восходящей — под

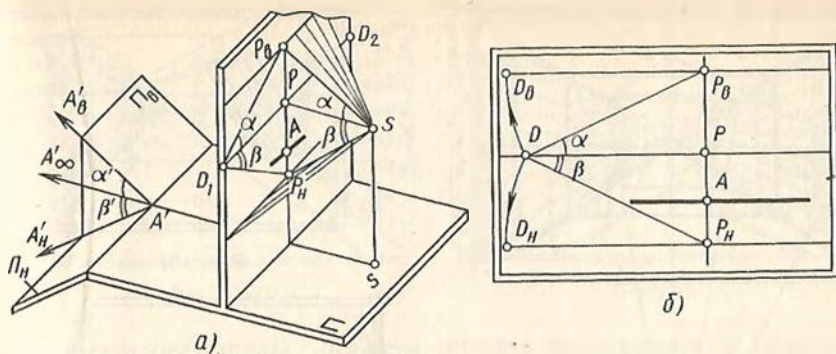


Рис. 154

угол β над линией горизонта и продолжают сторону этого угла до пересечения с линией главного вертикала, на которой отмечают предельные точки P_H и P_B .

Торцовые плоскости каждой доски составляют с ее поверхностью прямые углы. Поскольку линейный угол расположен в глубинной плоскости, то натуральную величину прямого угла строят при точке D_1 к стороне D_1F_H ($F_H D_1 F_H = 90^\circ$) и к стороне D_1F_B ($F_B D_1 F_B = 90^\circ$). Заметим, что предельная точка второй стороны прямого угла будет также находиться на линии главного вертикала. Она является точкой схода отрезков, определяющих толщину доски: вверху для нисходящей плоскости ($P_B \equiv F_B$), внизу для восходящей плоскости ($P_H \equiv F_H$).

По этому принципу строят изображение торцовых сторон наклонной картины, висящей на фронтальной стене комнаты, например, под углом 30° (рис. 156).

На картине (рис. 157) изображена комната с фронтальным положением стены. Наклонная картина висит на боковой стене. В этом случае прямые углы торца картины и угол наклона ее к боковой стене строят в перспективе натуральными.

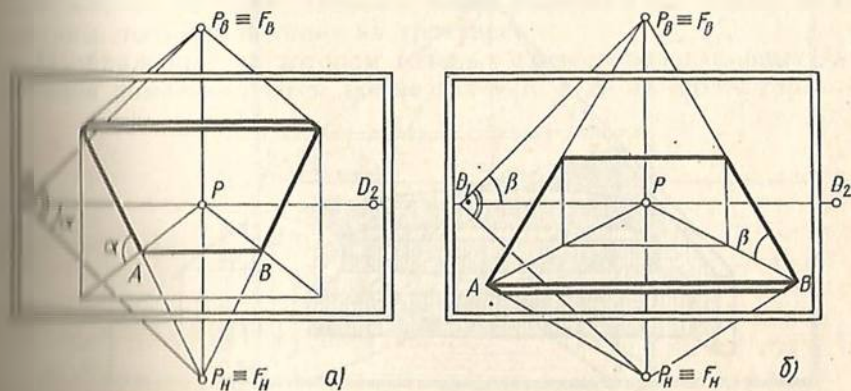


Рис. 155

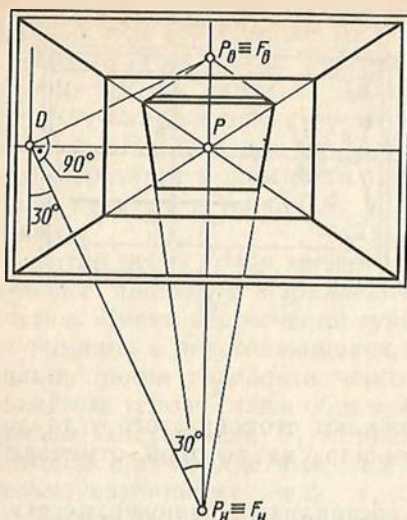


Рис. 156

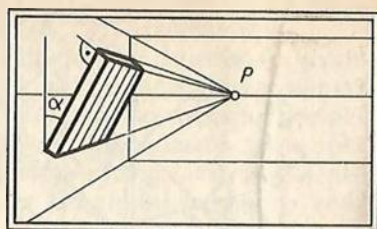


Рис. 157

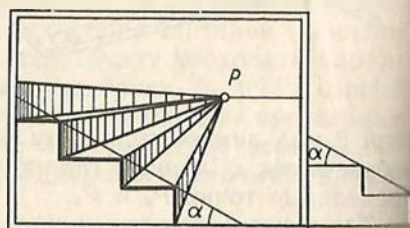


Рис. 158

Аналогично строят натуральные прямые углы торца лестницы, расположенного параллельно картине, и ребра, ограничивающие ступени (рис. 158).

На картине (рис. 159) построено изображение восходящей лестницы с заданными углом наклона α , профилем ступеней и перилами. Предельная точка P_v восходящих линий плоскости лестницы и перил находится на линии главного вертикала, а линий в горизонтальных плоскостях ступеней — в точке P .

Эти же построения используют при изображении в перспективе восходящей (рис. 160) и нисходящей (рис. 161) уличной лестницы. Заметим, что на изображении восходящих и нисходящих уличных

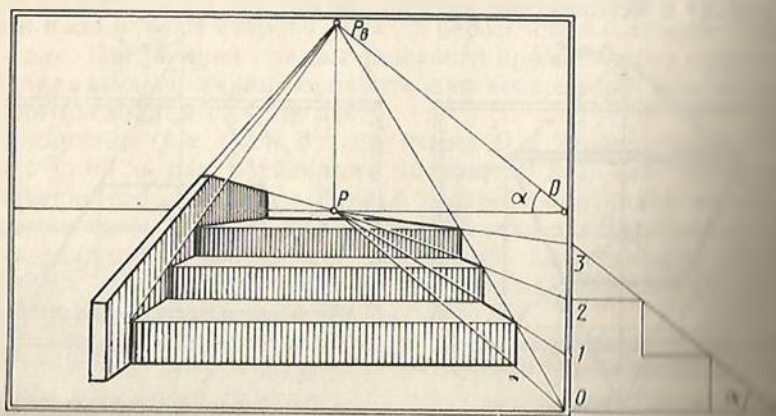


Рис. 159

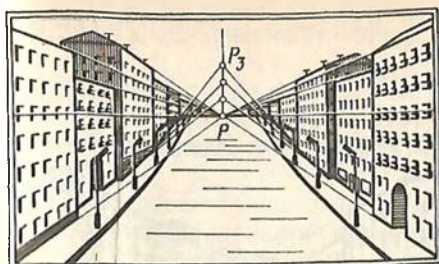


Рис. 160

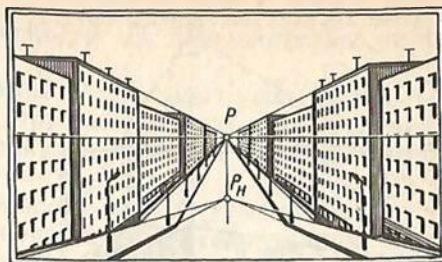


Рис. 161

горизонтальные фризy, карнизы, цоколь фундамента и края окон на фасадах домов, выходящих на улицу, имеют глубинное направление с главной точкой схода P . Стены домов с торца имеют фронтальное направление, и горизонтальные линии расположены параллельно основанию картины.

Линии пересечения домов с восходящей и нисходящей поверхностью улиц направлены в точки схода $P_1, P_2, P_3, \dots$ на линии главного вертикала. При постепенном подъеме или спуске точки схода линий восходящих и нисходящих плоскостей располагаются близко друг от друга (см. рис. 160), а при резком переходе — на большом расстоянии (см. рис. 161). На восходящей и нисходящей улицах границы тротуара, а также прямые, проведенные через основания и верхние концы фонарей и деревьев, имеют точки схода, расположенные на линии главного вертикала. Эти же правила относятся к изображению идущего по улице транспорта.

Улицу с горизонтальной поверхностью земли и с главной точкой схода горизонтальных линий фасадов домов часто называют центральной перспективой (рис. 162). Если горизонтальные линии фасадов домов имеют главную точку схода, то в торцовой части здания изображают их параллельными основанию картины.

Как правило, при центральной перспективе улицы главная точка находится в середине картины, а наблюдатель как бы стоит на ее противоположной части. Если главная точка расположена ближе к краю картины, то зритель стоит на тротуаре.

Изображение, на котором точками схода горизонтальных линий фасадов домов являются любые точки F_1 и F_2 на линии горизонта,

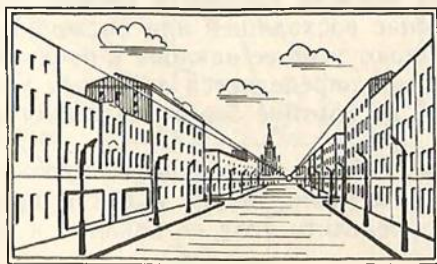


Рис. 162

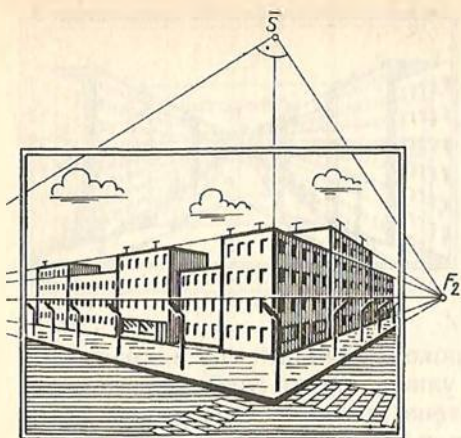


Рис. 163

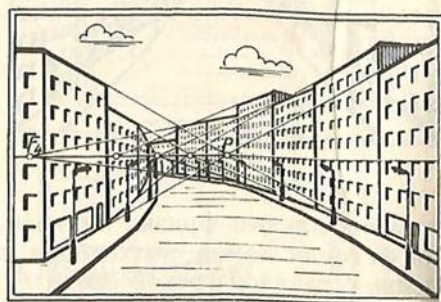


Рис. 164

называют угловым видом улицы (рис. 163). В этом случае зритель находится на перекрестке двух улиц и видит все стоящие дома под углом.

Изображение, на котором точки схода горизонтальных линий фасадов зданий последовательно перемещаются вправо или влево по линии горизонта, называют улицей с поворотом (рис. 164). В зависимости от направления и изгиба улицы горизонтальные линии соответствующих зданий будут иметь точки схода F_1 и F_2 , F_3 и F_4 , Это последовательное перемещение пар точек объясняется тем, что дома расположены под разными углами к картинной плоскости. Заметим, что резкое сокращение фасадов домов будет на той стороне улицы, куда направлен ее поворот. При изображении поворота улицы или дороги следует помнить, что в натуре они имеют на всем протяжении одинаковую ширину.

В изображении улиц возможно сочетание различных направлений. Например, восходящая улица с поворотом изображается так, что горизонтальные линии фасадов зданий в зависимости от направления будут иметь различные точки схода на линии горизонта. Края тротуаров и оснований зданий будут иметь точки схода, расположенные выше линии горизонта над точками схода соответствующих горизонтальных направлений.

Построение угла наклона плоскости общего положения. Чтобы построить изображение восходящей или нисходящей плоскости общего положения, задают угол ее наклона к предметной или картинной плоскости, который определяется линейным углом. Рассмотрим примеры построений на картине без доказательства на проектирующем аппарате.

На картине (рис. 165, а) восходящая плоскость Q общего положения задана предметным следом Q_0Q_∞ и предельной прямой $Q_{00}A_{00}$. Требуется определить угол ее наклона к предметной плоскости.

Для этого сначала строят линейный угол заданной плоскости к предметной. Заметим, что проекция линейного угла перпенди-

кулярна к предметному следу плоскости Q . Следовательно, при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ и прямой $Q_\infty \bar{S}$ строят угол $\widehat{Q_\infty \bar{S} a_\infty} = 90^\circ$. Точка пересечения второй стороны прямого угла с линией горизонта определит предельную точку a_∞ проекции стороны линейного угла.

Предельная точка стороны линейного угла будет находиться в пересечении предельной прямой плоскости с перпендикуляром, проведенным к линии горизонта через точку a_∞ . Тогда $A_\infty A a_\infty$ — линейный угол плоскости Q с предметной в перспективе. (Точка A на предметном следе плоскости взята произвольно.) Угол $A_\infty M_\infty a_\infty$ — натуральная величина угла наклона плоскости Q к предметной, поскольку он определяется при масштабной точке. Отсюда можно вывести правило построения плоскости общего положения, расположенной под заданным углом к предметной.

Для построения на картине плоскости общего положения, наклонной к предметной под каким-либо углом, при масштабной точке задают ее линейный угол, расположенный перпендикулярно к предметному следу данной плоскости. Прямая, соединяющая предельные точки сторон линейного угла и предметного следа плоскости, является предельной прямой плоскости.

На картине (рис. 165, б) задан предметный след плоскости общего положения $Q_0 Q_\infty$ с точкой A на нем. (На рисунке 165, в это берег реки.) Требуется построить заданную плоскость под углом наклона 30° к предметной плоскости.

Сначала строят прямой угол при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ к стороне $Q_\infty \bar{S}$ и определяют предельную точку a_∞ проекции стороны линейного угла. Затем находят масштабную точку ($a_\infty \bar{S} = a_\infty M_\infty$) и при ней к линии горизонта строят заданный угол наклона плоскости 30° . Пересечение стороны $M_\infty A_\infty$ угла с перпендикуляром из A_∞ определит предельную точку A_∞ восходящей прямой. Соединив Q_∞ с A_∞ , определяют предельную прямую плоскости Q , наклоненную в предметной плоскости под углом 30° . Заметим, что A_∞ будет точкой схода горизонтальных сторон всех углов 30° , вершины ко-

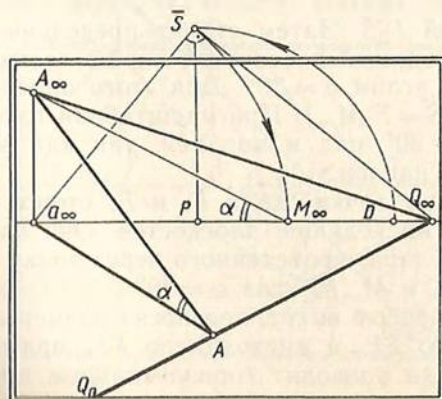
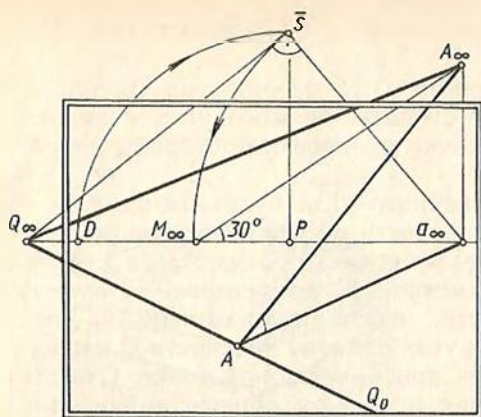


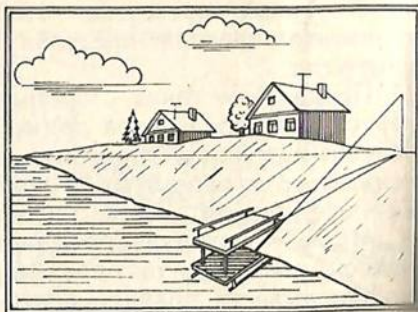
Рис. 165

а)



б)

Рис. 165



б)

торых находятся на предметном следе данной плоскости Q . (На рисунке 165, в высота берега ограничена и предельная прямая наклонной плоскости не проведена.)

Для решения обратной задачи — определения величины угла наклона плоскости общего положения к предметной по изображению на картине — пользуются правилом, примененным при выполнении построений на рисунке 165, а.

Для определения величины угла наклона плоскости общего положения к предметной строят ее линейный угол, расположенный перпендикулярно к предметному следу плоскости. Для этого находят предельные точки сторон линейного угла и при масштабной точке к линии горизонта определяют (измеряют) натуральный угол наклона заданной плоскости к предметной.

На картине (рис. 166) заданы направление края F_0F_2 маршевой лестницы с предельной точкой F_2 и угол наклона α восходящего и нисходящего маршей лестницы с профилем ступеней на основании картины. Требуется построить изображение маршевой лестницы в перспективе.

Сначала строят прямой угол $F_1\bar{S}F_2$ при совмещенной точке зрения $\bar{S}$ и прямой $F_2\bar{S}$. Затем строят предельные точки прямых восходящей и нисходящей плоскостей марша лестницы, направленных под заданным углом $\alpha = 30^\circ$. Для этого определяют масштабную точку M_∞ ($F_1\bar{S} = F_1M_\infty$). При масштабной точке к линии горизонта строят угол 30° над и под ней, так как марши лестницы имеют одинаковый наклон.

Затем определяют точки схода F_v и F_n сторон линейного угла для восходящей и нисходящей плоскостей. Они находятся в пересечении перпендикуляра, проведенного через точку F_1 , с продолжением сторон $M_\infty F_\infty$ и $M_\infty F_n$ угла $\alpha = 30^\circ$.

Пользуясь масштабом высот, переносят размеры ступеней на заданные восходящую FF_v и нисходящую FF_n прямые. Через полученные на них точки проводят горизонтальные прямые в перспективе.

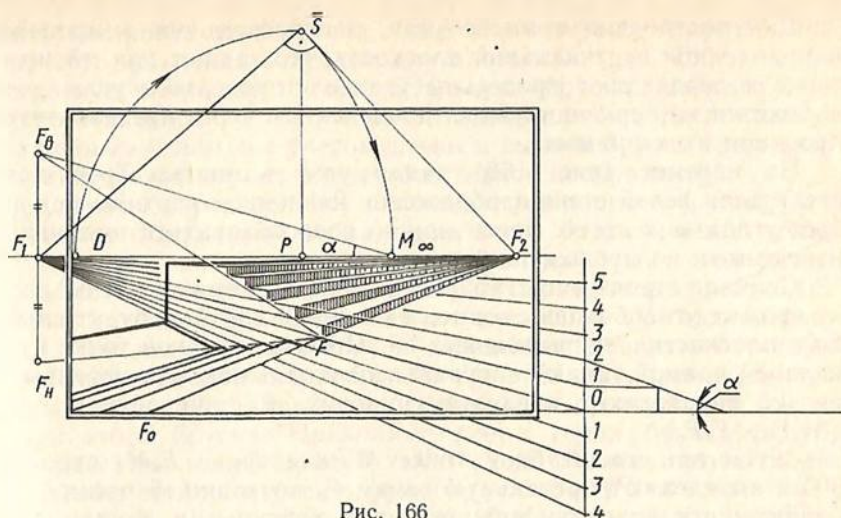


Рис. 166

хода F_1 и F_2 , определяющие соответственно ширину и длину ступеней.

На картине (рис. 167) заданы две пересекающиеся прямые: восходящая с концом A и углом наклона α и нисходящая с концом B и углом наклона β , расположенные в произвольной вертикальной плоскости. Требуется определить натуральную величину углов наклона их к предметной плоскости.

Сначала строят предельные точки F_∞ проекции заданных прямых, F_∞ восходящей прямой и F_∞ нисходящей прямой, которые лежат на одном перпендикуляре к линии горизонта.

Затем при масштабной точке M_∞ определяют углы наклона этих прямых $F_\infty M_\infty F_\infty = \alpha$ и $F_\infty M_\infty F_\infty = \beta$ к предметной плоскости. Если отрезок $F_\infty F_\infty = F_\infty F_\infty$, то $\alpha = \beta$. Заметим, что в данном примере сумма углов $\alpha + \beta = 90^\circ$. Углы α и β могут быть по величине разные, но в сумме составлять 90° .

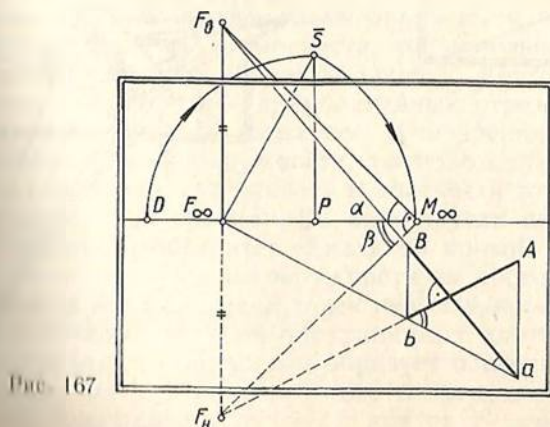


Рис. 167

Для построения прямого угла, расположенного в произвольно направленной вертикальной плоскости, его задают при масштабной точке и определяют предельные точки сторон этого угла, которые находятся на перпендикуляре, проведенном через предельную точку проекции этих прямых.

На картине (рис. 168) задан угол комнаты. Требуется построить на левой стене изображение наклонной картины под заданным углом α к стене. Здесь можно воспользоваться построениями, известными из предыдущих примеров.

Сначала строят масштабную точку M_1 для правой стены, поскольку прямые углы боковых торцов наклонной картины будут находиться в плоскостях, параллельных ей. При масштабной точке к вертикальной прямой задают натуральный угол α наклона картины к стене и определяют предельную точку F_{II} нисходящей прямой ($M_1 F_{II} \propto F_b F_{II}$).

Затем при масштабной точке M_1 и стороне $F_{II} M_1$ строят угол 90° и определяют предельную точку F_b восходящей прямой. Задав положение и величину нижнего края картины (в данном примере размеры взяты произвольно), определяют направление передней плоскости картины и линий, ограничивающих торцы, с помощью точек схода F_b и F_{II} сторон прямого угла.

Данные построения применяют при изображении в перспективе предметов, произвольно стоящих на предметной плоскости и наклонных относительно друг друга. Так, например, на картине

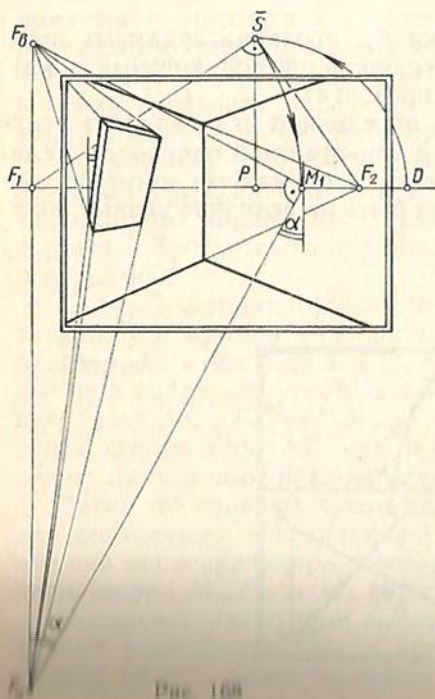


Рис. 168

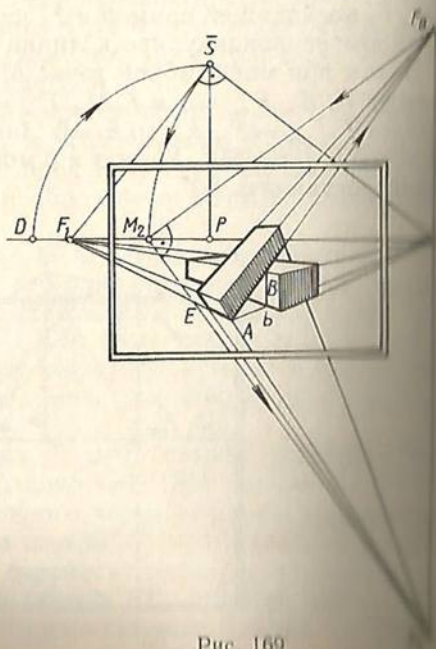


Рис. 169

требуется построить два бруска, один из которых, опираясь на ребро другого, наклонен к предметной плоскости (рис. 169).

Построение начинают с горизонтального бруска. Находят положение точек схода F_1 и F_2 горизонтальных ребер, расположенных под прямым углом, и с учетом длины и высоты бруска (размеры взяты произвольно) строят его перспективное изображение.

Далее задают (произвольно) положение наклонного бруска. Заметим, что горизонтальные ребра торца этого бруска имеют точку схода F_1 , так как они параллельны вертикальной грани с опорным ребром, на котором находится точка B . Сначала проводят ребро AE с предельной точкой F_1 . Затем строят проекцию Ab наклонного ребра AB с предельной точкой F_2 и определяют опорную точку B . При пересечении наклонного ребра AB с перпендикуляром F_2F_B находят точку схода F_B для восходящих прямых и проводят все боковые ребра этого бруска. Наклонные ребра торца бруска будут иметь направление в нисходящую точку схода F_{II} , положение которой определяют после построения прямого угла $F_B M_2 F_{II}$ при масштабной точке M_2 и пересечения стороны $F_{II} M_2$ с перпендикуляром $F_1 F_{II}$.

§ 27. ПОСТРОЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ В ПЕРСПЕКТИВЕ

Общие понятия. Умение строить в перспективе окружность нужно не только для изображения на картине круглых предметов, но и для показа различных положений между отдельными элементами предметов, например полуоткрытого окна или двери, наклонной картины или зеркала, очертания теней от круглых предметов и др.

В перспективе изображение окружности может иметь различное очертание. Это зависит от того, как расположена плоскость окружности относительно картины и точки зрения.

В частном случае перспективой окружности будет окружность, если она расположена в плоскости, параллельной картине, и ее геометрический центр совпадает с точкой P . Другой частный случай перспективы окружности — прямолинейный отрезок. Такое изображение получается тогда, когда все лучи зрения, направленные к разным изображениям окружности, расположены в одной лучевой плоскости (например, окружность в плоскости горизонта или плоскости главного луча зрения). Во всех других положениях окружность на картине изобразится лекальной кривой.

Построение перспективы окружности на проецирующем аппарате заключается в определении точек пересечения лучей зрения, проецируемых в точках заданной окружности, с картинной плоскостью. Совокупность этих лучей зрения образует поверхность лучевого конуса. Углуба перспектива окружности представляет собой линию пересечения поверхности лучевого конуса с плоскостью картины.

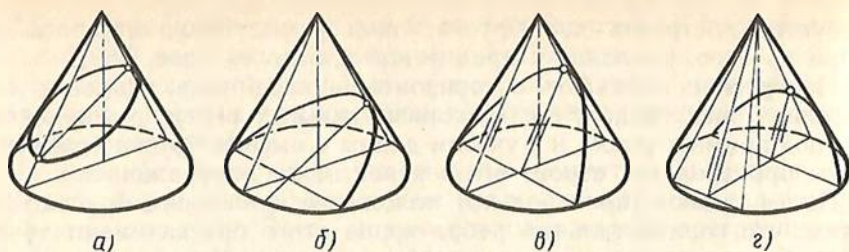


Рис. 170

Плоскость, пересекая коническую поверхность, образует коническое сечение. В зависимости от положения секущей плоскости относительно образующих и оси конуса возможны следующие конические сечения: окружность, эллипс, гипербола и парабола.

Если секущая плоскость пересекает все образующие конуса, то в сечении получается замкнутая кривая — эллипс (рис. 170, а) или ее часть (рис. 170, б). В частном случае, когда секущая плоскость перпендикулярна оси конуса, получится окружность.

Если секущая плоскость параллельна одной из образующих конуса, то в сечении получится парабола (рис. 170, в). Если она параллельна двум образующим конуса — гипербола (рис. 170, г).

Рассмотрим построение перспективы окружности на проецирующем аппарате. Для этого через высоту точки зрения Ss проводим нейтральную плоскость N и ее предметный след N_n .

В первом случае (рис. 171) окружность лежит в предметной плоскости и не имеет общих точек с предметным следом нейтральной плоскости. При таком условии картинная плоскость пересечет все образующие лучевого конуса. Следовательно, если зритель находится вне изображаемой окружности, ее перспективой будет эллипс.

Во втором случае (рис. 172) окружность лежит в предметной плоскости и проходит через точку стояния s , т. е. касается предметного следа N_n нейтральной плоскости. Тогда высота точки зрения Ss представит одну из образующих лучевого конуса, которая параллельна картине. Следовательно, если зритель стоит на изображаемой окружности, ее перспективой будет парабола.

В третьем случае (рис. 173) окружность лежит в предметной плоскости и заходит за точку стояния, т. е. пересекает предметный след N_n в двух точках. Тогда нейтральная плоскость пересечет лучевой конус по двум образующим, которые будут параллельны картине. Следовательно, если зритель находится внутри изображаемой окружности, ее перспективой будет гипербола.

Итак, перспективой окружности может быть эллипс, парабола, гипербола, если нейтральная прямая соответственно не имеет общих точек с данной окружностью, касается или пересекает ее.

Примером изображения окружности в виде эллипса может быть картина арены цирка с амфитеатром для зрителей. Например, рисующий сидит в первом ряду с точкой зрения

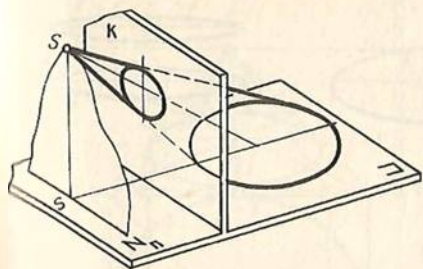


Рис. 171

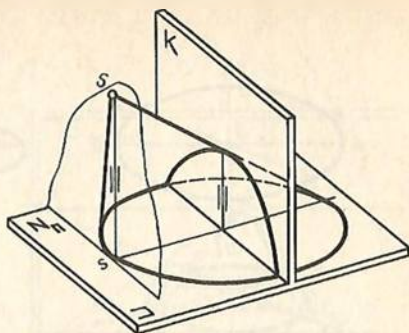


Рис. 172

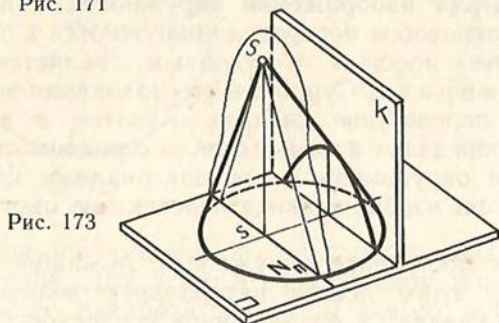


Рис. 173

уровне шестого ряда. Тогда арена и первые четыре ряда изображены эллипсами или его частями; окружность пятого ряда — параболой; окружность шестого ряда, находящаяся в плоскости горизонта, — отрезком прямой, совпадающим с линией горизонта; окружности седьмого и последующих рядов — гиперболами.

В практике построения перспективы окружности наиболее часто встречается эллипс. Из геометрии известно, что это замкнутая плоская кривая, симметричная относительно двух взаимно перпендикулярных осей (рис. 174, а). Большая и малая оси эллипса, пересекаясь в центре, делятся пополам. Заметим, что эллипсы — изображения окружности в перспективе — теряют эти свойства (рис. 174, б).

Чтобы построить изображение окружности в перспективе, находят отдельные точки, принадлежащие кривой, и плавно соединяют их от руки. Плавность очертания линий достигается достаточным числом близко расположенных друг к другу точек, принадлежащих этой кривой. Чем длиннее участок кривой линии, тем большее число точек надо построить для ее проведения. Причем в местах, где кривизна линии больше, точки должны быть расположены ближе друг к другу.

Нужно помнить, что, каким бы узким эллипс ни был, он не будет иметь острых углов и прорисовывается с четко видимыми закруглениями (рис. 174, в).

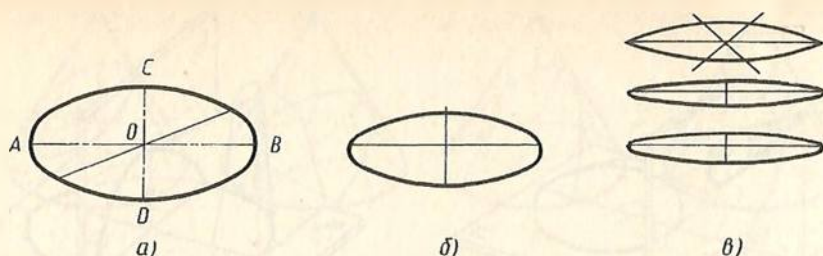


Рис. 174

Способы построения изображений окружности в перспективе. Известно несколько способов построения окружности в перспективе. Основным, наиболее простым и удобным, является способ описанного квадрата. Сущность его заключается в том, что сначала строят в перспективе квадрат, а затем в него вписывают окружность, определив восемь точек — середины сторон квадрата и пересечения окружности с его диагоналями. Этот способ удобно применять при изображении в перспективе окружности небольших размеров.

Выполним такое построение окружности, лежащей в предметной плоскости. Для этого задают натуральную величину окружности, вписанной в квадрат и совмещенной с плоскостью картины. Для упрощения построения одну из сторон квадрата совмещают с основанием картины (рис. 175).

Построение выполняют в следующей последовательности. Сначала строят перспективу квадрата и отмечают на нем четыре точки, лежащие на серединах его сторон. В окружности эти точки будут концами вертикального ($\bar{1}-\bar{3}$) и горизонтального ($\bar{2}-\bar{4}$) диаметров. Для их нахождения проводят глубинные прямые, соответствующие направлениям вертикальных сторон квадрата и диаметра окружности. Через правый (или левый) угол квадрата проводят его диагональ с точкой схода D_1 (или D_2).

Пересечение диагонали с левой стороной квадрата определит в перспективе его вершину и дальнюю сторону. Пересечение диагонали с глубинной прямой — изображением вертикального диаметра окружности — определит ее центр и горизонтальный диаметр. Концы диаметров окружности лежат на серединах сторон квадрата. В перспективе они определяют четыре точки эллипса: 1, 2, 3, 4.

Затем строят еще четыре точки пересечения диагоналей квадрата с окружностью (5, 6, 7, 8). Для этого в совмещенном фронтальном положении квадрата проводят две вспомогательные прямые через точки $\bar{5}$ и $\bar{6}$, 7 и 8, параллельные вертикальному диаметру окружности. В перспективе они будут глубинными прямыми, которые в пересечении с диагоналями квадрата определяют еще четыре точки эллипса: 5, 6, 7, 8. Соединив последовательно все построенные точки плавной линией, получают изображение окружности в перспективе — эллипс.

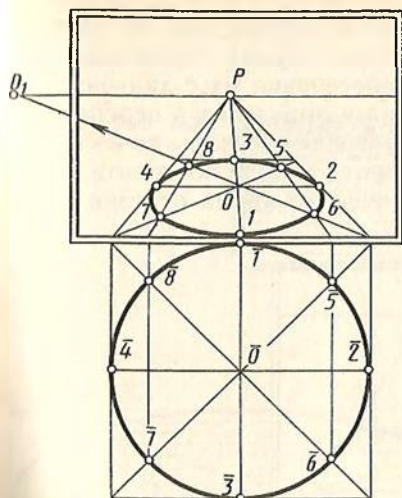


Рис. 175

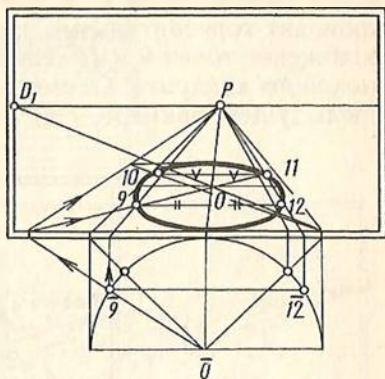


Рис. 176

При использовании способа описанного квадрата можно упростить построение. Для этого в совмещенном положении с картиной строят половину квадрата (рис. 176) или его четверть и вписывают в них соответственно половину или четверть окружности.

Если расстояние между некоторыми точками очень велико, то применяют промежуточные, дополнительные точки. Их находят в пересечении окружности со вспомогательной прямой, проходящей через центр O . Так (см. рис. 176) на окружности найдена точка 9 в пересечении глубинной прямой со вспомогательной, проведенной через центр эллипса. Таким же образом построена точка 10. Определить в перспективе точки 9 и 10, можно построить симметрично им еще пару точек: 11 и 12, отложив на горизонтальных прямых соответствующую половину хорды.

При построении в перспективе изображения большой окружности для обеспечения максимальной точности находят до 16 точек и более. Для этого применяют способ построения парных точек, связанных диагональю квадрата, описанного около данной окружности.

Наддим на картине (рис. 177) перспективу квадрата с центром O отметим точки эллипса, лежащие на его сторонах и диагоналях. Таким образом для построения использовано не совмещенное изображение окружности с картиной, а фронтальная плоскость, построенная при дальней стороне квадрата. Заметим, что здесь построена лишь четверть окружности и ее радиус соответствует половине стороны квадрата в перспективе.

На фронтальной окружности отмечают точки 9 и 10, симметричные относительно диагонали. Затем через отмеченные точки проводят горизонтальные и вертикальные линии (здесь они штриховые), которые будут пересекать диагонали квадрата.

Далее эти же построения выполняют в перспективе. В соответствии с положением вертикальных прямых строят глубинные прямые с точкой схода P . А через точки пересечения их с диагоналями проводят горизонтальные прямые, которые определяют в перспективе положение точек 9 и 10. На рисунке отмечены две пары точек левой половины квадрата. Симметрично им справа можно построить, как в предыдущем примере, еще две пары точек, отложив отрезки хорд.

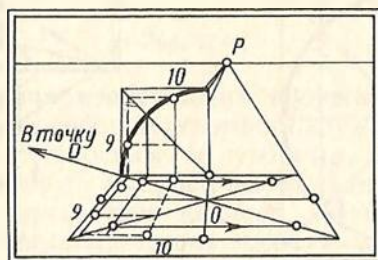


Рис. 177

Если окружность расположена в вертикальной плоскости, то применяют тот же способ описанного квадрата и выполняют построения, аналогичные предыдущим примерам. Так, сначала на картине (рис. 178) в вертикальной плоскости строят перспективу квадрата с заданной стороной A_0B_K и определяют лежащие на его сторонах четыре точки эллипса (1, 2, 3, 4). Затем находят точки пересечения диагоналей квадрата с окружностью, для чего используют вспомогательные прямые, которые на картине являются глубинными. Совмещенный квадрат, в который вписана окружность (в данном примере взята его 1/4 часть), располагают сбоку при картинном следе A_0B_K плоскости. Для построения точек, расположенных на диагоналях, применяют фронтальное положение квадрата, заданного при ближней или дальней его стороне. Заметим, что можно строить только 1/8 часть окружности, как это показано на рисунке 179.

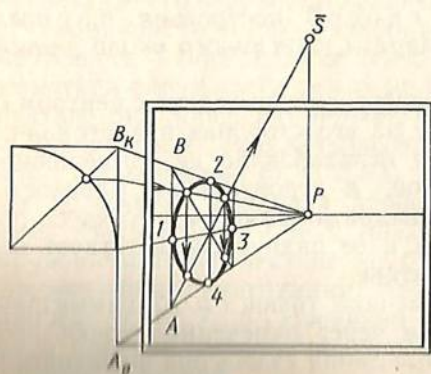


Рис. 178

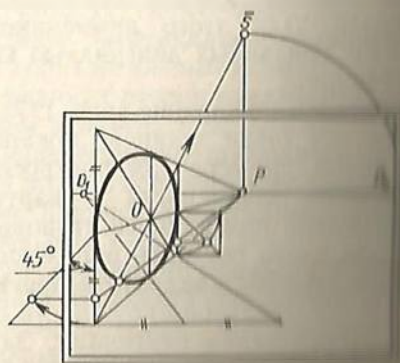


Рис. 179

Рис. 180

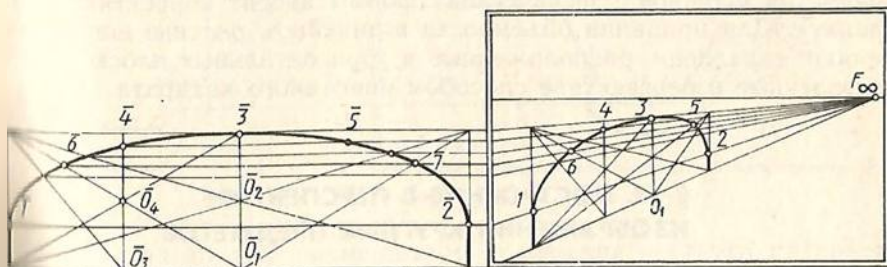
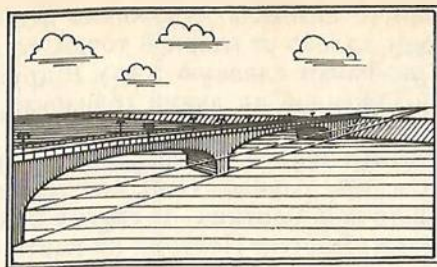
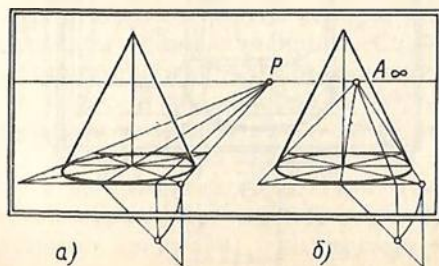


Рис. 181

Для построения перспективы какой-либо кривой применяют аналогично способ описанного прямоугольника. Этим способом строят, например, арку моста (рис. 180). Определив с помощью перспективного масштаба ширину и высоту пролета арочной части моста (рис. 181), строят прямоугольник и находят крайние точки 1 и 2 кривой. Затем проводят в нем диагонали, точка пересечения которых определит с помощью вертикальной прямой положение вершины кривой арочного моста (3). Перспективу точек 4 и 5 пересечения диагоналей с кривой определяют с помощью горизонтальной прямой и точки схода F_{∞} . Для точности построения кривой находят дополнительно точки, проведя диагонали в полученных двух прямоугольниках через центр O_1 и точки 6 и 7, лежащие на пересечении вертикальной прямой с кривой арки моста.

При построении круглых предметов следует иметь в виду одно важное условие — их следует располагать ближе к середине и главной точке картины. Заметим, что эллипсы — изображения окружности, расположенные ближе к боковым краям картины, принимают сильно искаженную форму (рис. 182, а). Если все же на

Рис. 182



основе композиционного замысла художника необходимо расположить круглый предмет далеко от главной точки, то делают коррективу эллипса или заменяют главную точку P другой точкой схода, например A_∞ , расположенной на линии горизонта над этой окружностью (рис. 182, б).

Следует помнить, что шар в перспективе принимает очертание окружности только в том случае, если его геометрический центр совпадает с главной точкой картины. В других положениях изображение формы шара искажается. Поэтому на картине в изображении предметов шаровой (сферической) формы вносят коррективы (поправку). Для придания объемности в линейном рисунке шара применяют параллели, расположенные в горизонтальных плоскостях и построенные в перспективе способом описанного квадрата.

§ 28. ПОСТРОЕНИЕ В ПЕРСПЕКТИВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КРУГЛЫХ ПРЕДМЕТОВ

Рассмотренные в предыдущем параграфе построения позволяют изображать на картине достаточно точно предметы, имеющие круглые очертания форм (стол, ваза, арки мостов, цилиндрические своды перекрытий и др.), а также предметы полуоткрытые и наклонные (дверь, окно, крышка коробки, картина и др.). Рассмотрим примеры изображения предметов в перспективе с применением построения окружности, лежащей в различно расположенных плоскостях.

Плоскость окружности горизонтальная. На картине (рис. 183) показано построение вертикального цилиндра, у которого заданы диаметр основания и высота. Для этого отмечают в предметной плоскости произвольно центр окружности O , на основании картины — натуральную величину радиуса окружности, а на боковой стороне рамки картины — высоту цилиндра.

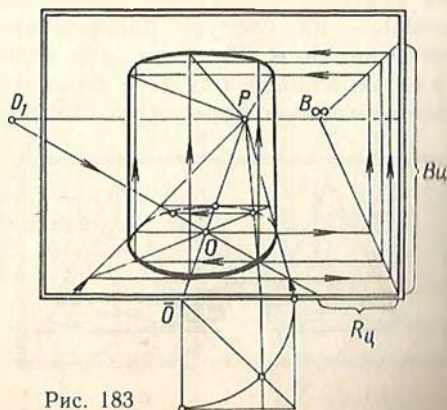


Рис. 183

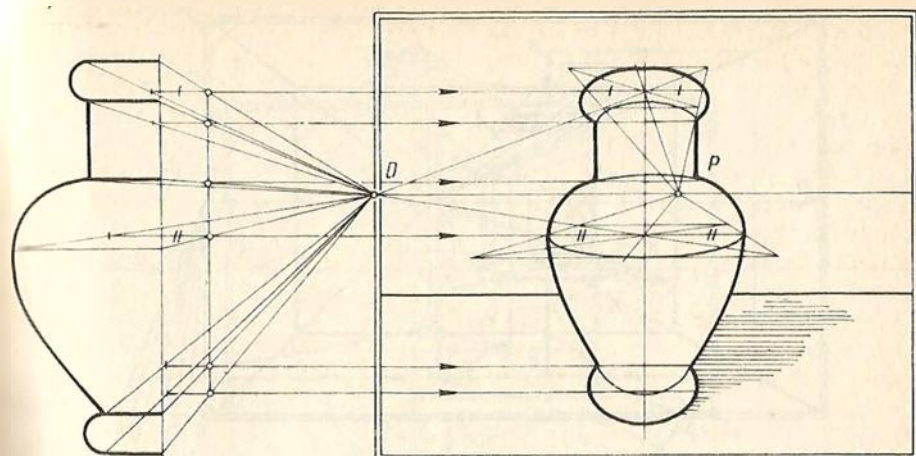


Рис. 184

Сначала задают совмещенное положение четверти квадрата в соответствии с размером радиуса основания цилиндра и строят окружность в перспективе способом описанного квадрата по восьми точкам. Для построения высоты и верхнего основания цилиндра применяют вертикальную масштабную шкалу. Точки эллипса видимой части нижнего основания переносят с помощью горизонтальных прямых на масштабную шкалу. На ней определяют величину образующих цилиндра и отмечают точки эллипса, принадлежащие видимой части верхнего основания цилиндра.

На картине (рис. 184) показано построение гипсовой вазы по натуральной величине ее профиля. Для этого задают очертание ее формы в плоскости картины и строят вертикальную масштабную шкалу. На заданной глубине определяют высоту отдельных частей вазы, а на горизонтальных прямых — размеры по ширине в перспективе. Затем отмеченные размеры на масштабной шкале переносят на ось вазы, заданной на картине с учетом глубины ее расположения. На картине, получив размер горизонтального диаметра окружности в каждой части ширины вазы, строят изображения квадратов и отмечают точки эллипса на видимой ее поверхности. Построив эллипсы на различной высоте, рисуют очертание внешней формы вазы в перспективе.

На картине (рис. 185) изображена комната, одна стена которой расположена фронтально. Требуется изобразить круглый стол и над ним лампу с цилиндрическим плафоном. Сначала задают глубину стола с основанием в точке *A* и проводят через нее фронтальную линию, линия пересечения которой с потолком определит место прикрепления провода лампы в точке *B*. С помощью масштабной шкалы отмеряют высоту стола 0,75 м, а на горизонтальной прямой — диаметр 1,2 м крышки стола. При отмеченном диаметре и высоте окружности строят на картине перспективу крышки стола способом описанного квадрата. Построение плафона выполняют аналогично.

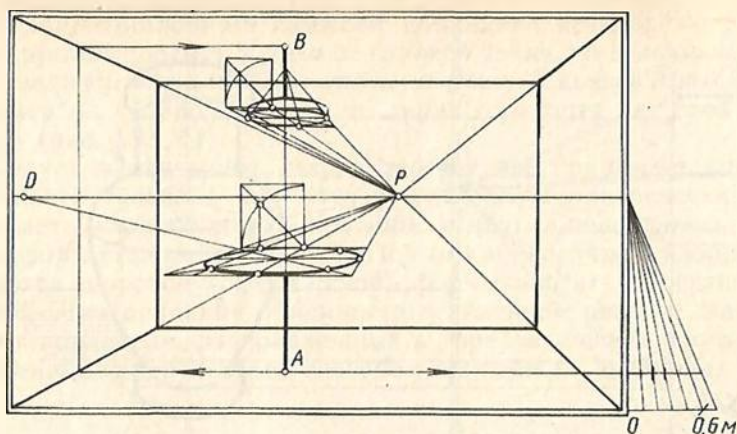
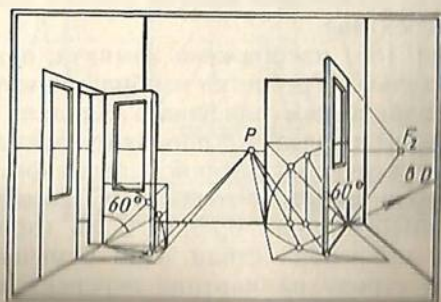


Рис. 185

На картине (рис. 186, а) показано построение полуоткрытых дверей на фронтальной и боковой стенах комнаты. С помощью масштабной шкалы определяют ширину дверного проема 0,9 м на фронтальной стене. Чтобы изобразить полуоткрытую дверь на заданный угол 60° , строят $1/4$ часть окружности в плоскости пола. Для этого применяют способ описанного квадрата при заданном радиусе окружности, равном ширине дверного проема. Затем строят четвертую часть квадрата во фронтальном положении, задав угол 60° , и конец радиуса переносят на перспективное изображение окружности (эллипс) с помощью глубинной прямой. Направление нижнего края двери в пересечении с линией горизонта определяют точку схода F_2 . После этого строят линию верхнего края двери соединив его конец с той же точкой схода F_2 . Чтобы определить направление торцевой стороны двери, строят прямой угол при совмещенной точке зрения и находят точку схода F_1 .

Для построения изображения полуоткрытой двери на боковой стене определяют ширину проема с помощью масштаба глубины. Дальнейшие построения выполняют, как в предыдущем примере.

На рисунке 186, б показано построение в перспективе полуоткрытой двери на стене, расположенной к картине под произвольным углом.



а)

Рис. 186

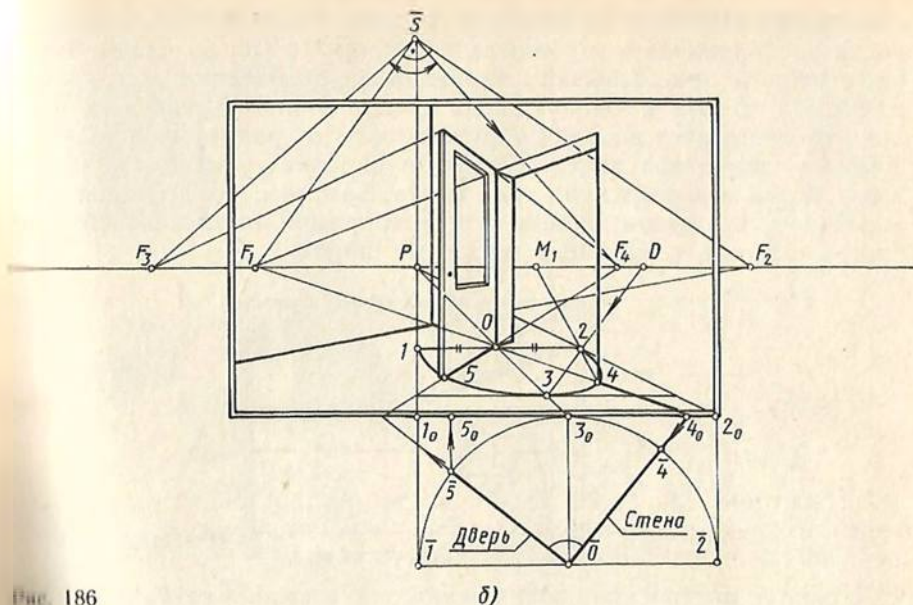


Рис. 186

д)

ным углом. Сначала строят дверной проем (в данном примере его размеры взяты произвольно). Затем в перспективе строят в плоскости пола полуквадрат с вписанной в него полуокружностью с центром O и радиусом, равным ширине $O-4$ дверного проема двери. Для этого определяют горизонтальный диаметр $1-2$ окружности, построив точку 2 с помощью линии переноса $M_1 4$ и отложив отрезок $1-2$ по $O-1$.

Для определения передней стороны квадрата откладывают радиус $O-3$ на глубинной прямой с помощью масштаба глубин, т. е. линии переноса с предельной точкой D . Заметим, что точки $1, 2, 3, 4$ являются точками части эллипса, изображающего в перспективе полуокружность.

Для построения дополнительных точек эллипса в совмещенном изображении с картиной строят полуокружность, вписанную в полуквадрат (построение точек пересечения диагоналей квадрата с окружностью на рисунке не показано).

Итем на совмещенное положение окружности переносят направление плинтуса стены $\bar{O}-4$ и строят при точке $\bar{O}$ заданный угол, например 70° , на который полуоткрыта дверь в комнату. Полученную совмещенную точку 5 переносят на перспективное изображение и определяют точку 5 угла двери, а также ее нижний край $5-O$ точкой схода F_4 . Через высоту дверного проема и точку схода F_4 строят верхний край двери, а через точку 5 — вертикальное ребро.

Заметим, что толщину двери определяют направлением горизонтальных ребер ее торца в точку схода F_3 .

Плоскость окружности вертикальная. На картине (рис. 187) показано построение арочного моста с полуцилиндрическим очер-

танием при заданном радиусе окружности. Заметим, что его окружности расположены в глубинных плоскостях с точкой схода P . Отсюда ширину арки (диаметр окружности) определяют при помощи масштаба глубин с точкой схода D для линий переноса. Высота арки соответствует радиусу окружности. Этот размер определяют с помощью масштаба высот. Способом описанного квадрата строят точки эллипса и очертание арки моста. Заметим, что толщина арки определяется горизонтальным отрезком прямой, параллельной основанию картины, с помощью масштаба широт.

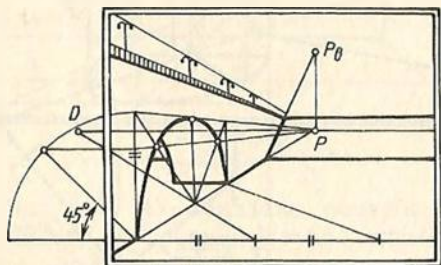


Рис. 187

Принцип построения изображения окружности в глубинной плоскости положен в основу изображения в перспективе наклонной картины, висящей на фронтальной стене комнаты (рис. 188). Сначала определяют по заданным размерам изображение картины во фронтальном положении. Затем в плоскости боковой стены строят способом описанного квадрата четверть окружности, радиус которой соответствует высоте картины.

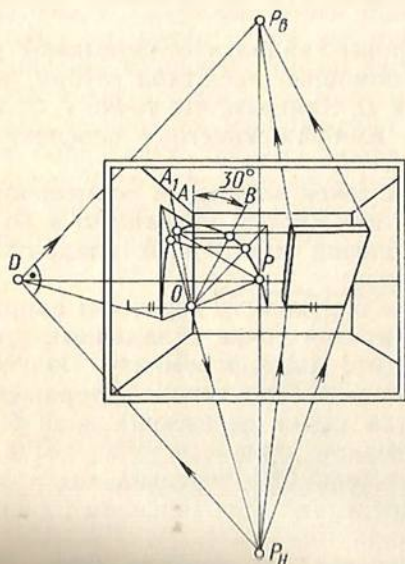


Рис. 188

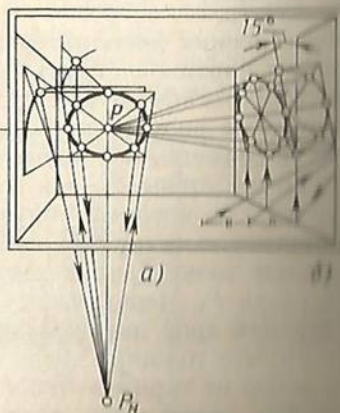
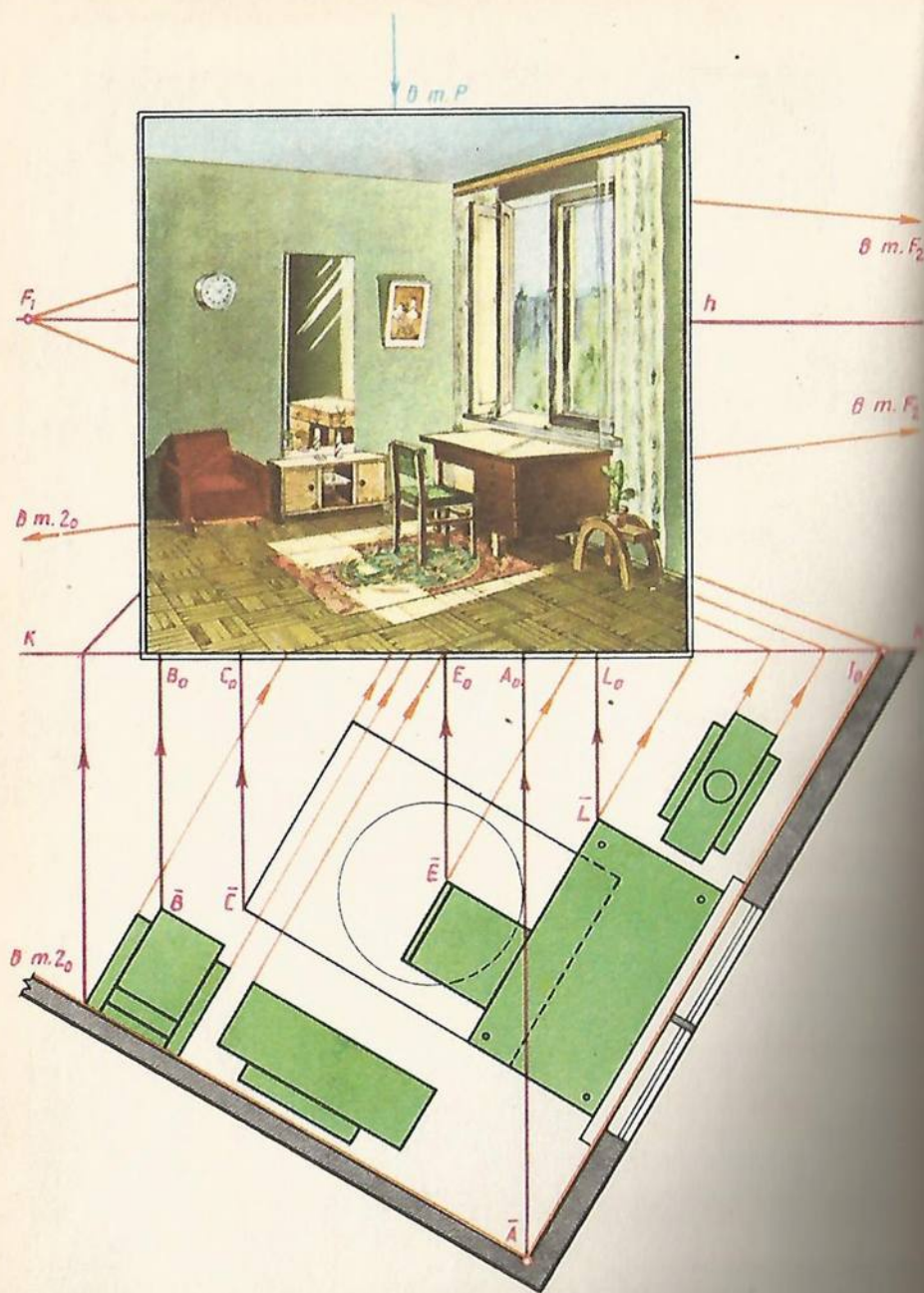


Рис. 189



Н. Н. Грабарь «Мартовский снег»

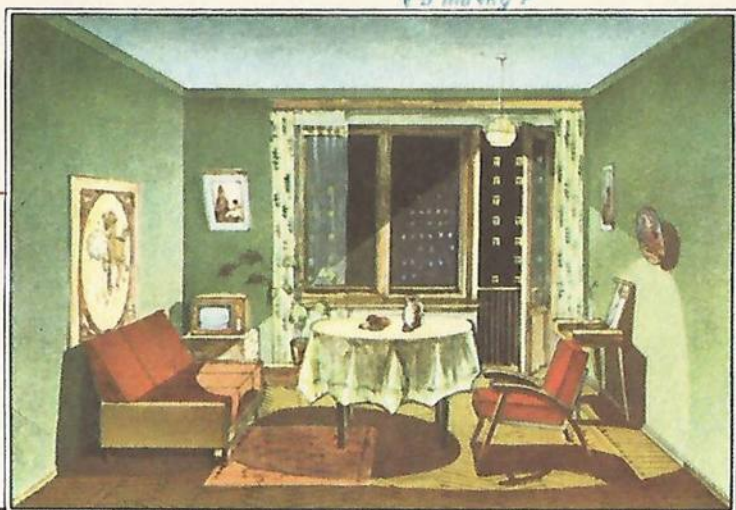
© 1991 М. И. Маслова, вклейка



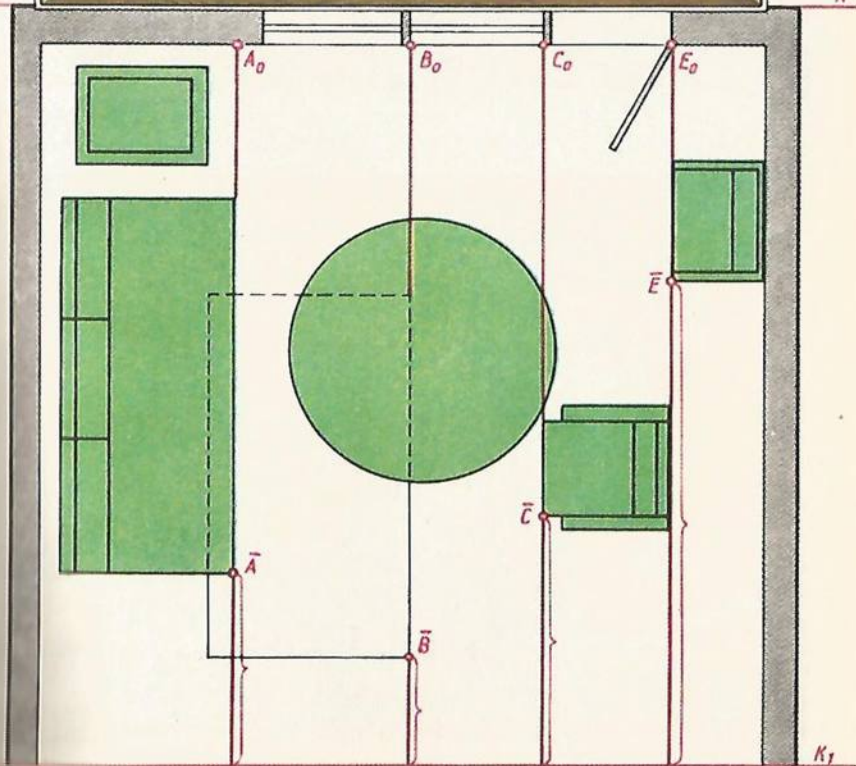
Построение перспективы интерьера комнаты способом совмещения

В точку Р

$\frac{D}{2}$

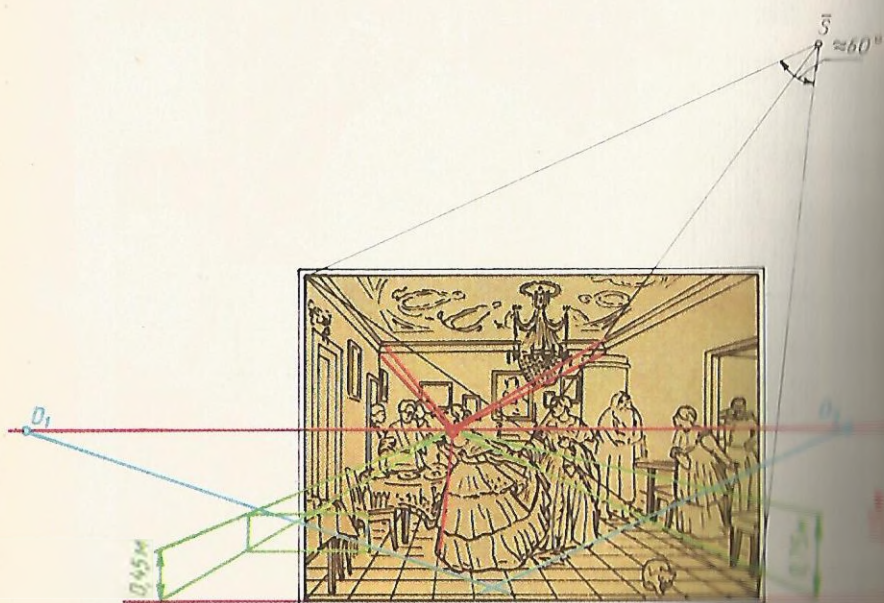


K

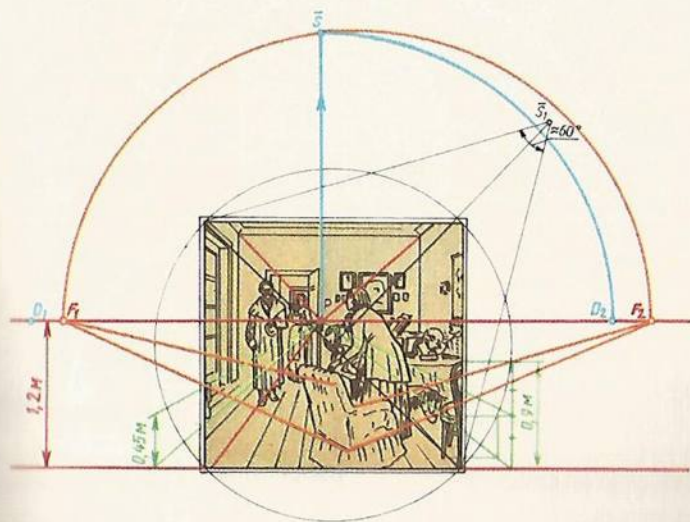


K₁

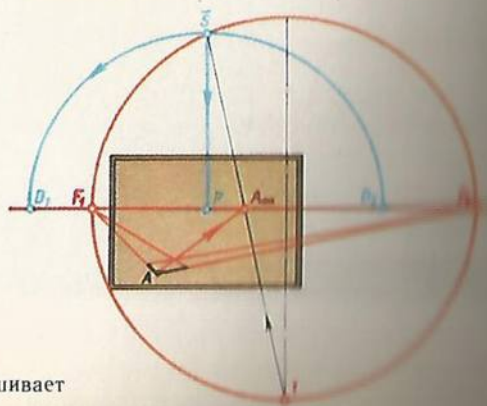
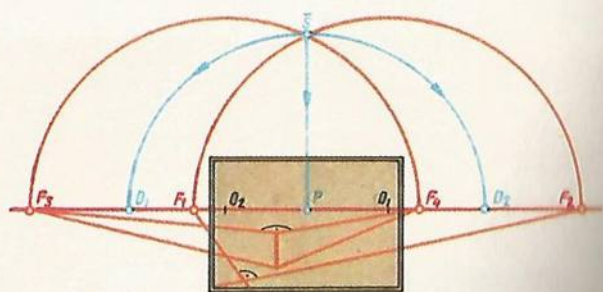
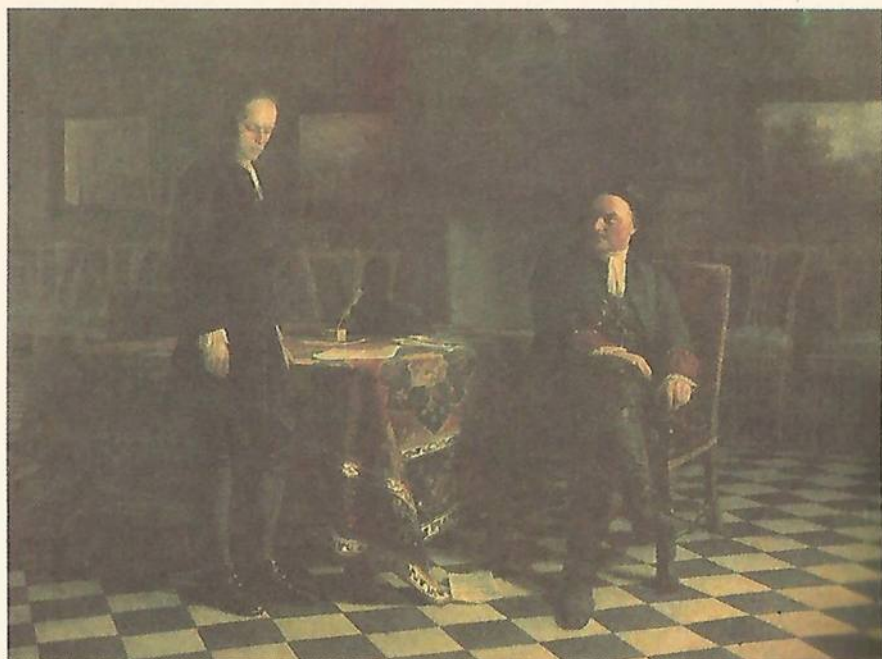
Изготовление перспективы интерьера комнаты по плану



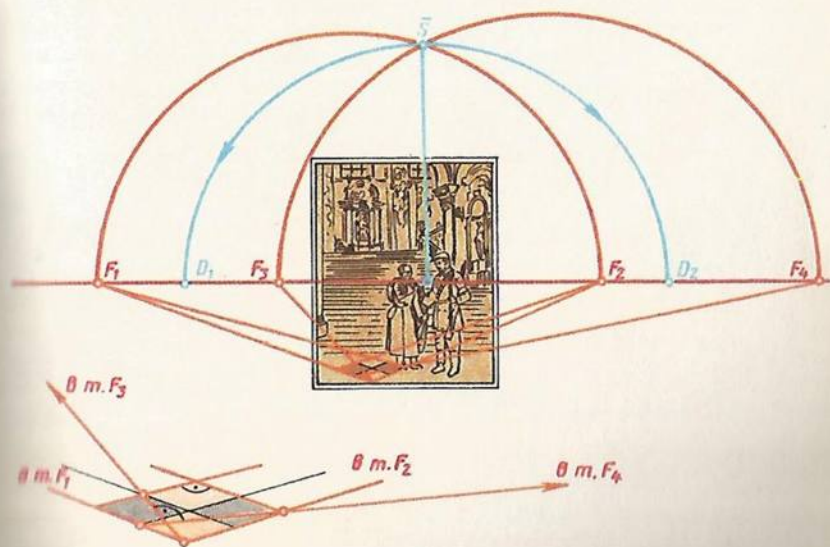
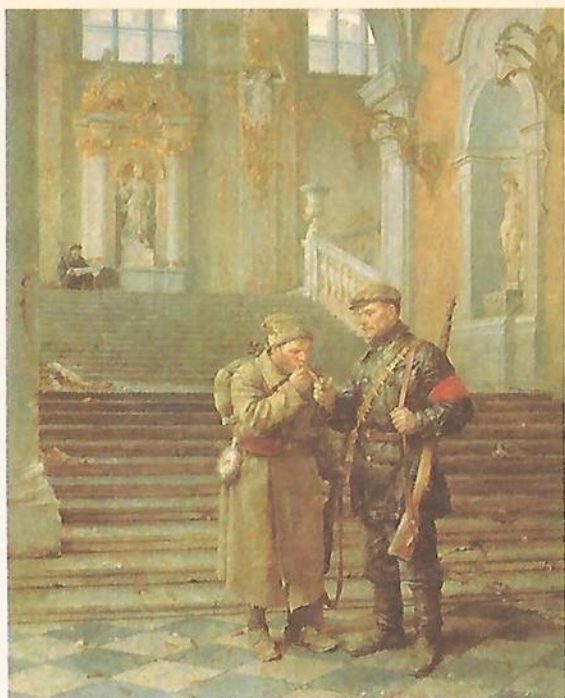
Перспективный анализ картины П. А. Федотова «Сватовство майора»



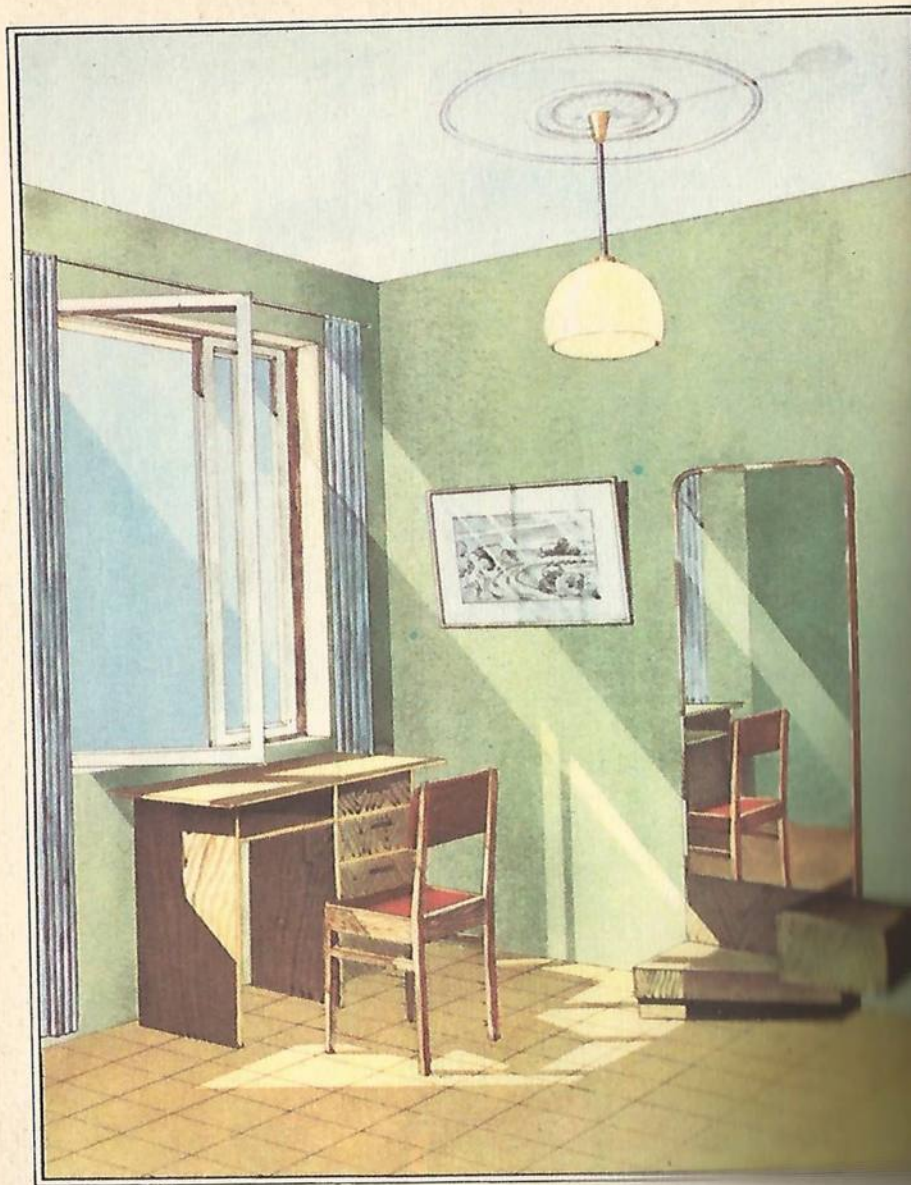
Перспективный анализ картины И. Е. Репина «Не ждали»



Перспективный анализ картины
Н. Н. Ге «Петр Первый допрашивает
царевича Алексея»



Перспективный анализ картины В. А. Серова «Зимний взят»



Перспектива интерьера комнаты

При совмещенном ее положении задают натуральный угол наклона картины ($\widehat{AOB} = 30^\circ$) и переносят его на боковую стену с помощью глубинной прямой. По направлению нисходящей прямой — стороны угла A_1O — находят на линии главного вертикала его предельную точку $P_{\text{н}}$. Она является точкой схода нисходящих боковых сторон картины. Верхний край картины определяет конец радиуса окружности, составляющей угол 30° со стеной. Линии торцов картины определяют построением угла 90° при дистанционной точке и направлением восходящих прямых в точку схода $P_{\text{н}}$.

Построение окружности в глубинной плоскости необходимо, например, для изображения на картине наклонного круглого зеркала или декоративной тарелки, висящих на фронтальной стене комнаты.

На картине (рис. 189, а) по заданным размерам требуется построить изображение наклонного круглого зеркала. Сначала строят изображение наклонной плоскости квадрата под заданным углом к фронтальной стене, как рассматривалось в предыдущем примере. Затем, используя способ описанного квадрата, находят в ней точки эллипса. Заметим, что построенная в перспективе окружность находится в нисходящей плоскости особого положения.

На картине (рис. 189, б) требуется построить по заданным размерам изображение круглого зеркала, висящего на боковой стене комнаты. Сначала строят изображение наклонного квадрата и вписывают в него окружность. Ширину квадрата определяют с помощью масштаба глубин. Угол наклона зеркала (например, 15°) задают во фронтальной плоскости описанного полуквadrата. Все точки эллипса определяют в пересечении сторон и диагоналей квадрата, изображенного в перспективе, с глубинными прямыми.

На картине (рис. 190) требуется построить изображение арочного пролета дома по заданным размерам. Цилиндрическая арка находится в произвольно направленной вертикальной плоскости дома, имеющей точку схода F_2 . Размер по ширине пролета, равный диаметру окружности, определяют с помощью масштабной точки M_2 . Направление отрезка, определяющего толщину пролета, имеет точку схода F_1 , которая получена после построения прямого угла при совмещенной точке зрения.

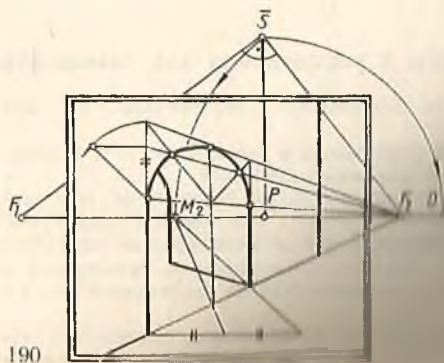


Рис. 190

Вопросы и упражнения для самоконтроля

- 341

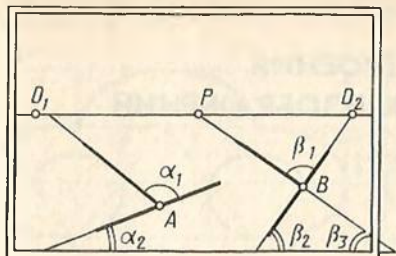


Рис. 192

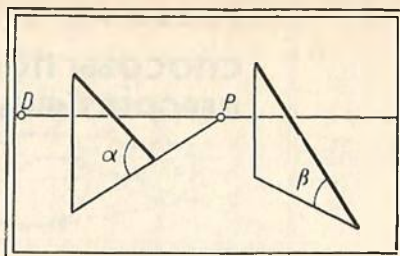


Рис. 193

призмы, боковые грани которых расположены вертикально и горизонтально, правильную четырехугольную пирамиду, стоящую основанием на горизонтальной плоскости.

6. На картине (рис. 192 и 193) заданы углы, по-разному расположенные относительно картинной и предметной плоскостей. Определите натуральную величину этих углов в масштабе данной картины.

7. Какое начертание может иметь окружность в перспективе при различном положении ее в предметном пространстве? Приведите примеры.

8. В чем заключается сущность основного способа построения окружности в перспективе? Как называется этот способ?

9. Постройте в перспективе (с натуры или по памяти) по заданным размерам цилиндр в различных положениях: ось вертикальна, горизонтальна, под произвольным углом к картине.

10. Составьте эскиз гипсовой вазы или нарисуйте ее с натуры, применив правила построения перспективы окружности.

11. Составьте композицию с изображением арочного моста. Постройте в перспективе арку моста, зная, что она имеет очертание дуги окружности, а в другом варианте — декальной кривой.

12. Нарисуйте в перспективе комнату с фронтальной стеной. На передней и боковой стенах постройте полуоткрытую дверь, соответственно двухстворчатую и одностворчатую. На другой боковой стене постройте полуоткрытое окно. На передней стене постройте наклонную картину, а на боковой стене — наклонное круглое зеркало. Все размеры задайте самостоятельно с учетом масштаба картины.

СПОСОБЫ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Художники и архитекторы в своей практике часто используют способы упрощенного графического построения перспективных изображений, которые сокращают время на их выполнение и удобны тем, что линии построения не выходят за пределы рамки картины. К таким способам относятся построение перспективной сетки, уменьшение и увеличение картины. Рассмотрим каждый из способов в отдельности. Заметим, что их применяют в тех случаях, когда не требуется большая точность построения.

§ 29. СПОСОБ ПЕРСПЕКТИВНОЙ СЕТКИ

Сущность этого способа заключается в том, что на картине строят с помощью масштабов широт, высот и глубин перспективную сетку из квадратов (или прямоугольников), расположенных в простейшем положении: две его стороны параллельны, а две перпендикулярны основанию картины. На сетку переносят изображение, заданные в такой же сетке, но расположенной фронтально.

Перспективные сетки могут быть построены в горизонтальных, вертикальных и наклонных плоскостях, когда нужно перенести на них какой-либо плоский рисунок орнамента или изображение на картине, висящей в интерьере комнаты. Для более точного построения орнамента число квадратов увеличивают, а следовательно, уменьшают величину их сторон.

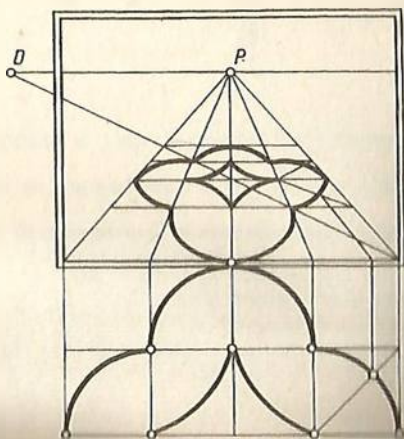


Рис. 104

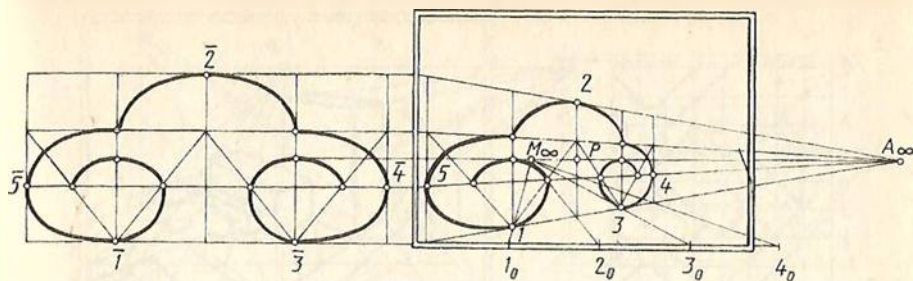


Рис. 195

На рисунке 194 в перспективе построен линейный орнамент, расположенный в горизонтальной плоскости, в сетке, состоящей из 16 квадратов. Для их перенесения на картину проводят диагональ в точку D , которая в пересечении с глубинными прямыми определит положение горизонтальных сторон квадратов. Характерные точки орнамента с фронтального рисунка переносят на перспективное изображение и последовательно соединяют их соответствующими линиями.

На рисунке 195 построен линейный орнамент, расположенный в сетке из 12 прямоугольников. Требуется его перенести в произвольно направленную вертикальную плоскость, изображенную на картине. Вертикальные стороны прямоугольников проводят с помощью линий переноса и масштабной точки M_∞ , а горизонтальные — с помощью точки схода A_∞ . Затем на перспективной сетке отмечают характерные точки узора и соединяют их плавной линией, соответствующей заданному рисунку орнамента.

Аналогично с помощью перспективной сетки выполняют рисунок на наклонной плоскости, перпендикулярной к картине (рис. 196). Этот способ используют для переноса изображения на картину, висющую на боковой стене комнаты. Сначала при боковой стороне рамки задают фронтально расположенную картину прямоугольной формы $\overline{ABEF}$ с каким-либо изображением. Делят ее, например, на 16 квадратов. Затем под заданным углом наклона к стене строят изображение этого прямоугольника (наклонную картину) в перспек-

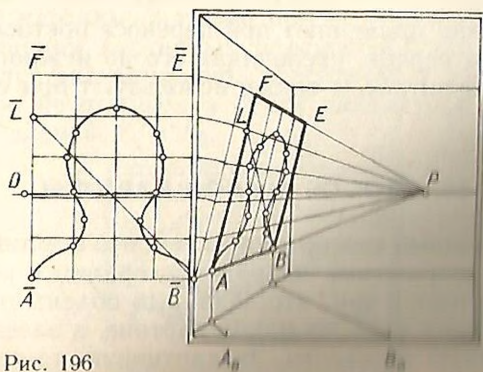


Рис. 196

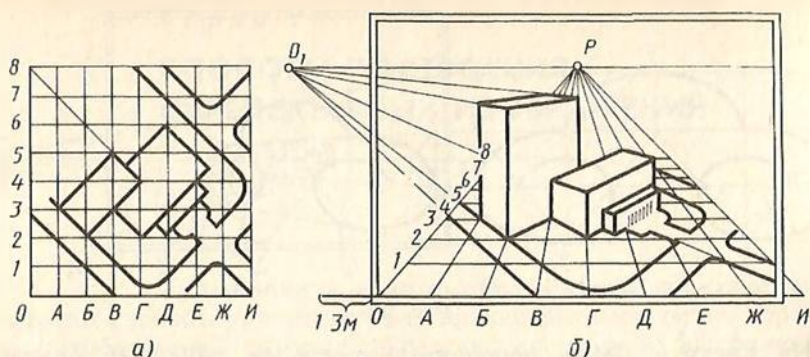


Рис. 197

тиве с учетом глубины и высоты ее расположения в комнате. С помощью масштаба глубин определяют ширину A_0B_0 прямоугольника. Высоту прямоугольника AF переносят на его наклонную сторону без искажения, так как угол ее наклона к стене натуральный. В квадратной части висящей картины проводят диагональ BL , которая в пересечении с глубинными прямыми определит положение наклонных сторон квадратов. Характерные точки рисунка переносят с фронтального изображения на перспективное и последовательно соединяют их соответствующими линиями.

Способ перспективной сетки применяют для построения перспективы с высоты птичьего полета какого-либо участка местности например спортивного комплекса или территории школы по генеральному плану.

Для этого на плане вычерчивают сетку, приняв сторону квадрата за единицу длины (рис. 197, а). На картине строят перспективу этой сетки с высоким горизонтом и для большей наглядности увеличивают длину стороны квадрата в два и более раза (рис. 197, б). Квадраты на плане и в перспективе одинаково нумеруют: по одной стороне буквами, по другой — цифрами. Затем в соответствующих квадратах в перспективе наносят контуры плана. Высоту изображаемого объекта откладывают в масштабе, который соответствует стороне квадрата, параллельной картине и расположенной на данной глубине.

Сетку художники применяют при переносе построенного изображения с эскиза на картон, увеличивая его до нужного размера, давая в том же масштабе, а также используют при создании копий с картин.

§ 30. СПОСОБ МАЛОЙ КАРТИНЫ

Данный способ удобен тем, что все линии перспективных изображений проводят в пределах рамки картины. Сущность его состоит в том, что заданный объект сначала изображают в уменьшенном виде на малой картине, а затем переносят на основную картинную плоскость. За картинную плоскость

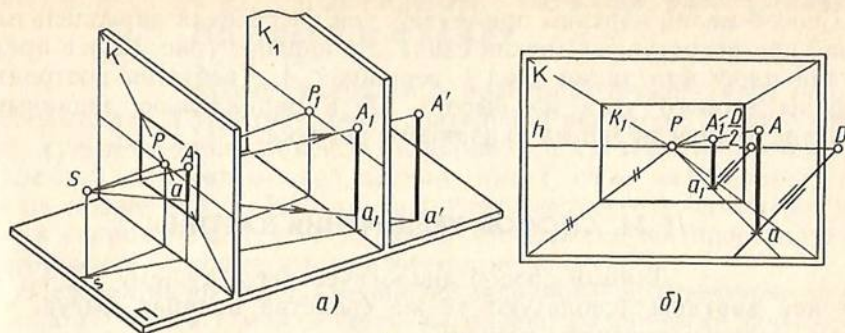


Рис. 198

вило, принимают лист (картон, холст), на котором строят перспективу объекта.

Рассмотрим процесс получения изображений малой и большой картин на проецирующем аппарате (рис. 198, а). Для этого задают в предметном пространстве вторую картину K_1 , равную по величине и параллельную основной K и отстоящую от нее на расстоянии SP , а также условный вертикальный предмет $A'a'$. Строят перспективу плоскости K_1 и предмета A_1a_1 на основной картине.

Перспективное изображение, полученное на картине K , показывает, что обе картинные плоскости подобны. Коэффициент подобия определяется отношением расстояний точки зрения до картинных плоскостей K и K_1 . Заметим, что по данному условию расстояние от точки зрения S до плоскости картины K вдвое меньше, чем до K_1 , т. е. оно равно отношению $1:2$. В связи с этим линейные размеры картины K вдвое больше плоскости K_1 . Если совместить плоскости K и K_1 , перемещая их параллельно друг другу в направлении главного луча зрения, то можно увидеть, что их изображения на картине подобны, центр подобия в точке P (рис. 198, б). Отсюда: 1) сходственные стороны фигур параллельны; 2) соответствующие вершины их находятся на прямых, выходящих из точки P (центра подобия); 3) отношение отрезков от одноименных вершин фигур до центра подобия P равно коэффициенту подобия, т. е. в данном случае $1:2$. Эти свойства подобных фигур следует учитывать при использовании способа малой картины, а также при ее увеличении.

При совмещении картинных плоскостей видно, что для картины K_1 изменяется дистанционное расстояние, а именно уменьшится вдвое. В таком же отношении будут находиться предельные точки главных направлений F_1 и F_2 .

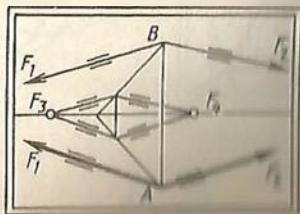


Рис. 199

Способ малой картины применяют для построения параллельных линий при недоступных точках схода. На картине (рис. 199) в предметной плоскости задан угол с вершиной A . Требуется построить стороны второго угла на высоте AB и параллельно заданным. Решение задачи видно из указанного рисунка.

§ 31. СПОСОБ УВЕЛИЧЕНИЯ КАРТИНЫ

Данный способ аналогичен предыдущему. Для увеличения картины используют те же свойства подобия фигур, которые были рассмотрены раньше.

На рисунке 200, *а* изображены две картины K и K_1 с плоской фигурой на них. Картина K получена преобразованием другой картины K_1 путем подобия. Заметим, что метрические элементы этих изображений находятся между собой в определенном соответствии. Две картины совмещены так, что совпали их линии горизонта и главные точки. Их дистанционные расстояния и расстояния от линии горизонта до основания каждой из картин находятся между собой в отношении, равном коэффициенту подобия построенных фигур. В таком же отношении (в данном примере это 1:3) находятся между собой отрезки фигур AB и A_1B_1 , принятые за единицу масштаба на каждой из картин.

Если задана картина K_1 с изображением какой-либо фигуры и требуется увеличить ее в три раза, то построение выполняют в следующей последовательности. Сначала из точки P как центра подобия проводят прямые через вершины рамки картины и на них откладывают утроенное расстояние. Получают изображение рамки картины. Затем проводят прямые через все вершины фигуры и от точки P также откладывают утроенные расстояния ($PA_1:PA=1:3$).

Построенное изображение получилось наложенным на малую картину. Чтобы избежать такого наложения, центр подобия задают в любом месте вне картины (рис. 200, *б*). На этом рисунке изображение фигуры увеличено в два раза.

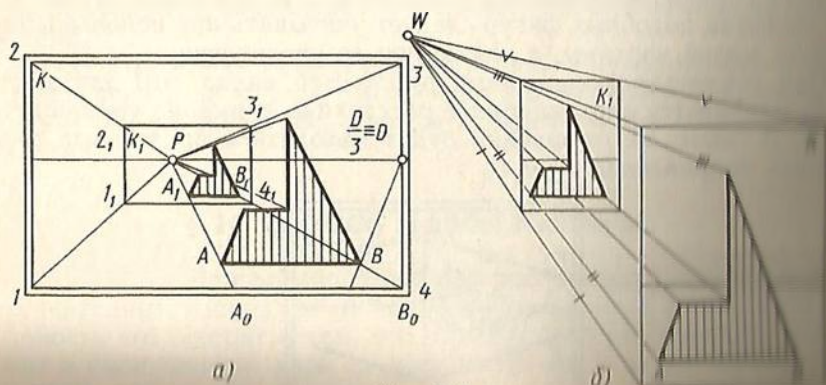


Рис. 200

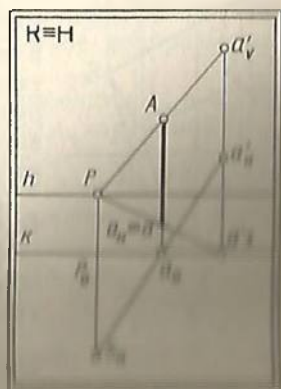
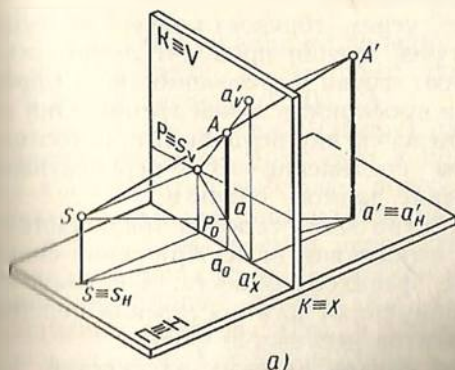
§ 32. ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ОБЪЕКТА ПО ПЛАНУ И ФАСАДУ

Метод центральных проекций (перспектива) широко используется в архитектурно-строительном черчении. Обычно чертежи архитектурного объекта выполняют в системе ортогональных проекций и каждое изображение имеет свое название: фасад, план, разрез и т. д. Как правило, архитектурно-строительные чертежи сопровождаются наглядными изображениями проектируемых сооружений, которые выполняются в перспективе.

Перспективное изображение по заданному архитектурно-строительному чертежу может быть выполнено различными способами, но во всех случаях в основе лежит общий метод. Сущность его заключается в том, что на заданном чертеже объекта (сооружения) отображают процесс построения его перспективы вместе с проецирующим аппаратом, на котором он выполняется. На основе графических данных чертежа строят перспективное изображение объекта на картине.

Рассмотрим построения с использованием этого метода на проецирующем аппарате (рис. 201, а). Примем картинную плоскость за фронтальную плоскость проекций ($K \equiv V$), а предметную — за горизонтальную плоскость проекций ($\Pi \equiv H$). Спроецируем на них заданную точку A' , a' , где a'_V — фронтальная проекция, a'_H — горизонтальная проекция. Тогда основание картины станет осью проекций ($kk \equiv x$). Вместе с тем плоскости проекций V и H являются основными плоскостями центрального проецирования K и Π с заданной точкой зрения S — центром проекций. Ее ортогональными проекциями на картинную и предметную плоскости, принятыми за V и H , будут точка стояния $s \equiv s_H$ и главная точка $P \equiv s_V$.

Затем строят перспективное изображение точки A , a с помощью проецирующих лучей SA' и Sa' . Из построений на картине видно, что ортогональная проекция $s_V a'_V$ проецирующего луча SA' про-



ходит через главную точку картины P и вместе с тем пересекается с лучом SA' в точке A .

Аналогично ортогональная проекция $s_v a'_x$ луча зрения Sa'_x проходит через главную точку картины P и a'_x , пересекаясь с лучом SA' в точке a . Отсюда следует, что перспективное изображение Aa точки $A'a'$ может быть получено в ортогональных проекциях, если плоскости проекций H и V приняты за предметную и картинную, а на чертеже заданы ортогональные проекции точки зрения S и P .

Для получения на картине перспективы точки A' (рис. 201, б) строят на плоскостях проекций H и V следы s_{Hv} и $a_0 A$ лучевой плоскости, проходящей через точку зрения S и точку A' . Затем проводят ортогональные проекции Pa'_v и Pa'_x лучей зрения SA' и Sa' на плоскость проекций V . Пересечение этих проекций с фронтальным следом лучевой плоскости определит перспективу Aa заданной точки A' и ее основания a' .

Этот общий принцип построения перспективы объекта по плану и фасаду положен в основу других, более частных способов.

Способ следов лучей зрения. В этом случае фронтальная плоскость проекций V отодвинута параллельно самой себе от плоскости картины K на расстояние hx , для того чтобы объект оказался помещенным между двумя этими плоскостями (рис. 202). Такой способ устраняет наложение плана и фасада. Объект на чертеже относительно картины располагают так, чтобы наиболее полно и наглядно выявить все особенности его формы. С учетом этого выбирают положение точки зрения. Далее, опустив перпендикуляр из точки

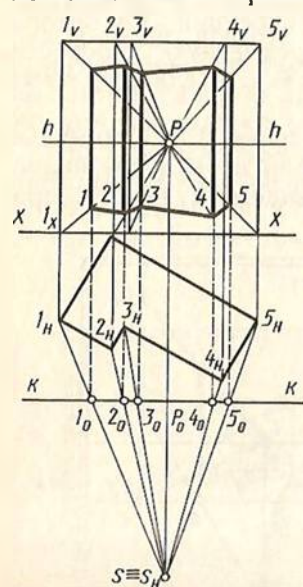


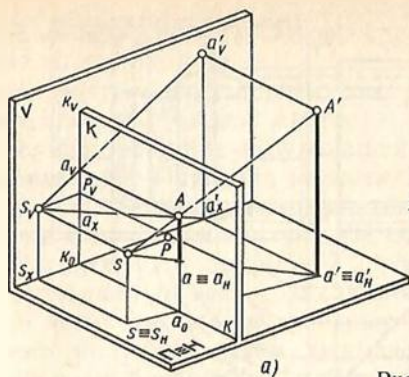
Рис. 202

зрения на линию горизонта, определяя главную точку картины P . Из точки S проводят ко всем видимым точкам $1_v, 2_v, 3_v, 4_v, 5_v$ плана объекта лучи зрения и отмечают пересечение их с картинной плоскостью. Затем строят фронтальные проекции этих лучей, соединив вершины фасада с главной точкой картины P .

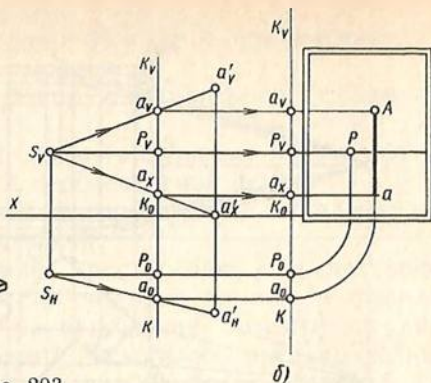
Далее через горизонтальные проекции следов лучей зрения проводят линии связи и отмечают точки пересечения их с фронтальными проекциями лучей зрения. Они определяют перспективу вершин, а при последовательном соединении их — перспективное изображение данного объекта.

Неудобство этого способа заключается в том, что перспективное изображение совмещается с фасадом объекта. Поэтому его обычно применяют для построения перспективы объектов несложной формы.

Способ следов лучевых плоскостей. Его применяют также при построении перспективы объекта по плану и фасаду. Наряду с



а)



б)

Рис. 203

картины K в этом случае располагают перпендикулярно к фронтальной плоскости проекций V , а предметную плоскость Π принимают за горизонтальную плоскость проекций H . Тогда перспективное изображение проецируемого объекта будет соответствовать виду слева.

Рассмотрим этот способ (рис. 203, а). В данном примере показан проецирующий аппарат с введением плоскостей проекций V (фронтальной) и $\Pi \equiv H$ (горизонтальной), а также процесс получения перспективного изображения точки A' , a' способом следов лучевых плоскостей.

Сначала задают положение точки S и ее проекции s_v и s_n . Для нахождения перспективы A и a точки A' и ее основания a' проводят лучевые плоскости — S, A', a' ; S, A', a'_v, s_v и S, a', a'_x, s_x , которые в пересечении с картиной образуют соответственно следы a_0A , a_vA и a_xa . Взаимное пересечение этих следов определит перспективное изображение A, a заданной в предметном пространстве точки $A'a'$. Заметим, что след a_0A перпендикулярен к основанию картины k_0k и определяется точкой a_0 , лежащей на пересечении k_0k с прямой Sa' . Следы a_vA и a_xa параллельны основанию картины и определяются точками a_v и a_x , лежащими в пересечении прямых k_vk_0 с $k_va'_v$ и $s_va'_x$.

Эти преобразования на проецирующем аппарате легко перенести на чертеж (эпюр) и построить перспективное изображение точки A, a на картине (рис. 203, б).

Сначала на чертеже (эпюре) задают проекции a'_n и a'_x точки A' и проводят перпендикулярно к оси x следы картиной плоскости k_kk и k_0k_v . Затем выбирают положение точки зрения $S(x_0, z_0)$ и отмечают точки пересечения проекций лучей зрения с картиной (a_v, a_x). Для построения перспективного изображения точки A и a проводят справа от чертежа (или на отдельном листе) две взаимно перпендикулярные прямые k_0x и k_0k_v . На них отмечают соответственно точки p_0 и a_0 , а также a_v, p_v, a_x . Через эти точки проводят перпендикуляры к прямым k_0k_v и k_0x и отмечают в их пересечении главную точку P , перспективную точку A и ее основание a .

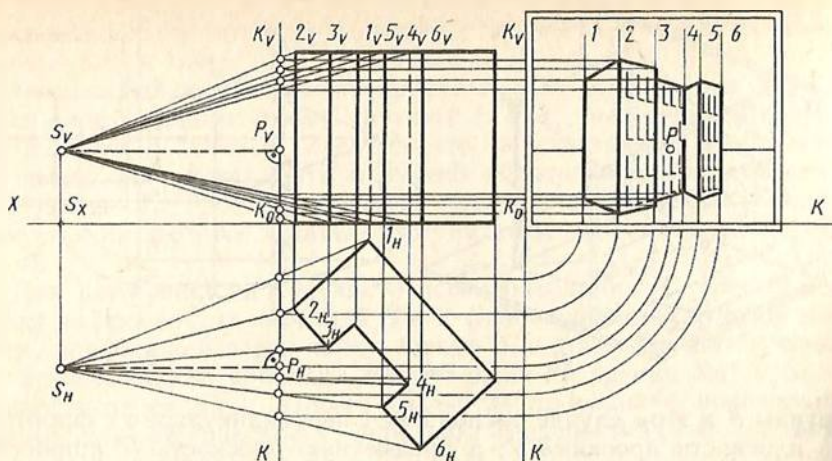


Рис. 204

Построение перспективы объекта (рис. 204) основано на изложенном способе следов лучевых плоскостей.

Рассмотренные способы не всегда удобны для построения перспективных изображений объектов. Это неудобство выражается в невозможности произвольно выбирать для объекта, заданного на чертеже (эпюре), положение картины и точки зрения для получения наилучшей видимости и наибольшей его наглядности. В силу этого на чертеже (эпюре) приходится задавать фасад и план объекта в заранее выбранном повороте к фронтальной плоскости путем предварительного поиска.

Указанный недостаток этих построений устраняется применением так называемого способа архитектора.

§ 33. СПОСОБ АРХИТЕКТОРА

Способ архитектора — это построение перспективы объекта по плану и фасаду с учетом положений точек зрения. Он очень прост и удобен тем, что при построении перспективы объекта можно заранее выбрать положение точки зрения и картины, чтобы обеспечить определенные условия наглядности изображения.

На плане положение зрителя задают точкой стояния s и направлением картины kk . На фасаде задают высоту точки зрения S_v и положение линии горизонта с учетом определенных условий и масштаба рассматривания объекта в натуре.

Можно выделить несколько основных этапов построения перспективного изображения объекта по плану и фасаду:

1. Выбор точки зрения и определение композиционного угла положения перспективного изображения на листе.

2. Построение перспективы плана объекта с применением способа опущенного плана.

3. Построение перспективы высот точек объекта с применением способа боковой стены.

4. Изображение окружающей среды (антуража) вокруг объекта с применением способа нанесения перспективной сетки.

5. Построение солнечных теней и графическое выявление светотени с применением способа отмывки.

Рассмотрим подробнее этапы построения перспективного изображения объекта, заданного на чертеже планом и фасадом.

1. Композиционное решение расположения объекта на листе можно получить путем выполнения нескольких предварительных эскизов (набросков) и выбора среди них наиболее удачного. При этом следует учитывать расположение объекта относительно зрителя. Удачный вариант перспективного расположения объекта будет служить основой для выбора точки зрения.

Точка зрения задается на чертеже объекта, представленного планом и фасадом. Сначала определяют положение главного луча зрения, исходя из композиционного решения изображаемого объекта, и отмечают главную точку картины P — место пересечения главного луча зрения с картиной. Как правило, главный луч зрения должен проходить через середину объекта, что позволит избежать резких искажений на изображении его формы. Если в изображении объекта большее пространственное развитие имеет главный фасад, то главный луч зрения смещают к этой части здания (рис. 205).

Далее необходимо правильно определить расстояние точки зрения до объекта. Нужно, чтобы объект полностью попал в поле (конус) ясного зрения, а угол при вершине (точке зрения) имел не более 40° . Такой угол (см. рис. 205) легко получить графически, взяв диаметр I_0-2_0 основания лучевого конуса равным примерно $2/3$ его высоты PS . При этом ось конуса зрения должна совпадать с главным лучом зрения или приближаться к нему, а именно находиться в пределах средней трети угла зрения.

Если протяженность объекта имеет наибольшую величину в горизонтальной плоскости, то точку зрения выбирают по данному углу 40° на плане (рис. 206). Если протяженность объекта имеет

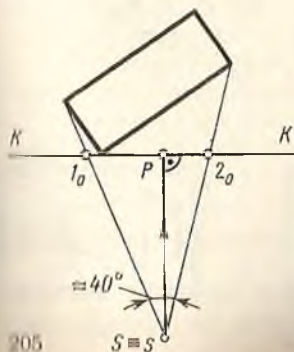


Рис. 205

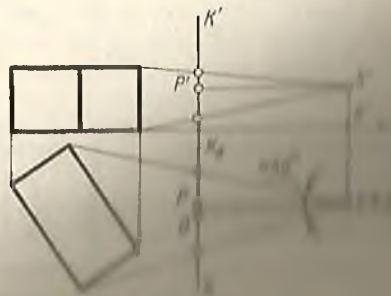


Рис. 206

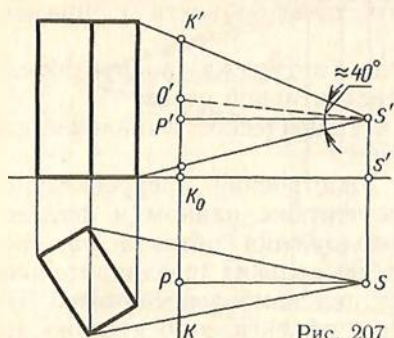


Рис. 207

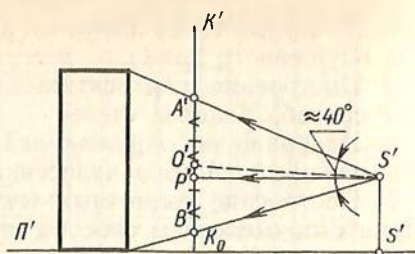


Рис. 208

наибольшую величину в вертикальной плоскости, то точку зрения выбирают по данному углу 40° на фасаде (рис. 207).

По заданному направлению главного луча зрения определяют положение линии горизонта с обязательным условием, что он (луч зрения $S'p'$) не должен выходить за пределы средней трети угла зрения (рис. 208).

С учетом поставленных условий наглядности изображений объекта задают положение плоскости картины. На рисунке 209 даны три положения картины относительно неизменного расположения объекта и точки зрения. Заметим, что второе (рис. 209, б) и третье (рис. 209, в) положения картины неудачны, так как главная точка P вышла за пределы средней трети угла зрения. Первое изображение (рис. 209, а) наиболее отвечает требованиям наглядности. При выборе направления главного луча зрения и положения картины нельзя допускать совпадения ребер объекта в перспективе, т. е. они не должны находиться в одной проецирующей плоскости, иначе теряется наглядность изображения.

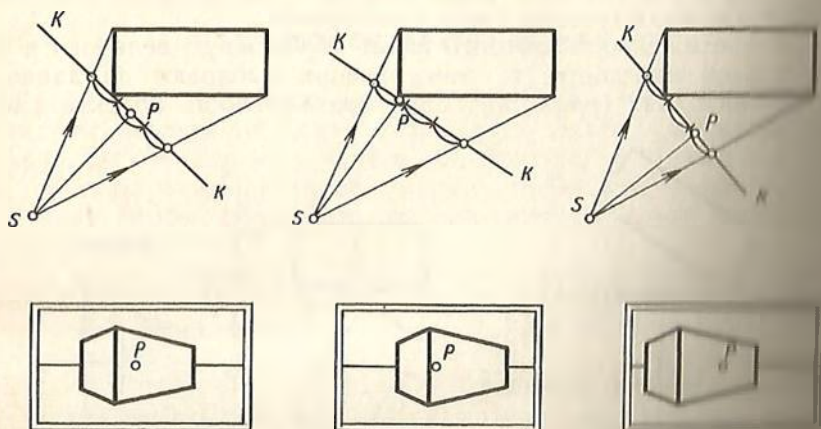


Рис. 209

а)

б)

в)

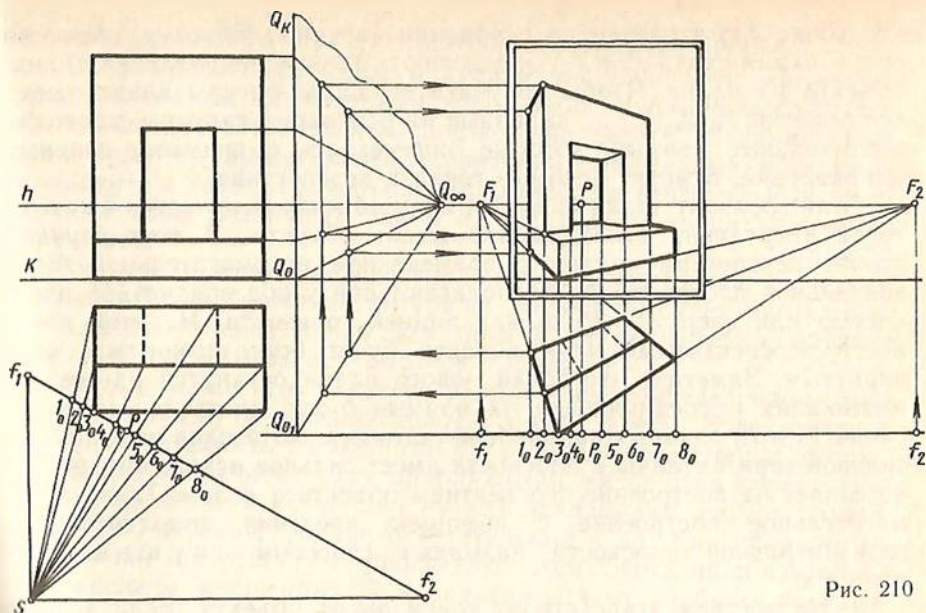


Рис. 210

Итак, на чертеже объекта (рис. 210) с учетом наглядности изображения задают точку зрения и положение картины на плане. Удобно задать картину совпадающей с ближним ребром объекта. Тогда на картине его величина останется без изменения и это позволит легко определять и откладывать натуральные единицы измерения (размеры) с учетом масштаба картины.

2. Построение перспективы плана объекта выполняют в следующей последовательности. Сначала на основании картины, заданной на плане чертежа, отмечают точки $1_0, 2_0, \dots$ пересечения ее с прямыми, проведенными ко всем видимым вершинам объекта, определяющим его контур. Заметим, что данные прямые являются следами вертикальных лучевых плоскостей, способ построения которых был рассмотрен выше.

Далее отмечают точки f_1 и f_2 пересечения с основанием картины прямых, проведенных из основания точки зрения параллельно главным направлениям сторон объекта на плане чертежа.

Затем приступают к построению плана объекта в перспективе. Для этого справа от чертежа (или на отдельном листе, предназначенном для построения перспективы) проводят основание картины. Переносят на него циркулем-измерителем (или при помощи полоски бумаги) все отмеченные на плане точки (слева дугами) $1_0, 2_0, \dots$, а на соответствующем расстоянии от P точки зрения главных направлений f_1 и f_2 .

После этого задают положение линии горизонта. Если горизонт высокий, то построение плана в перспективе упрощается. С основания картины переносят на горизонт с помощью вертикальных линий главную точку P , а также точки f_1 и f_2 . Заметим,

что точка 3_0 находится на основании картины. Поэтому, соединив ее с точками схода F_1 и F_2 , определяют главные направления сторон объекта на плане. Чтобы получить вершины фигуры плана, через все отметки $1_0, 2_0, 3_0, \dots$, заданные на основании картины, проводят вертикальные прямые, которые, пересекаясь с прямыми главных направлений, отметят искомые точки в перспективе.

Если горизонт задан низкий и план объекта получается сжатым, тогда затруднено откладывание высот объекта. В этих случаях строят перспективу плана с применением вспомогательной горизонтальной плоскости. Ее располагают внизу под предметной плоскостью или вверх, высоко над линией горизонта. На этой плоскости перспективный план объекта будет более открытым, развернутым. Заметим, что точки нового плана останутся на тех же вертикалях и соединяющие их прямые будут иметь те же точки схода F_1 и F_2 главных направлений объекта. Хотя план на дополнительной горизонтальной плоскости имеет сильное искажение, но это не влияет на построение перспективы объекта в целом. Такое вспомогательное построение с помощью введения дополнительной горизонтальной плоскости называют способом опущенного плана.

3. На третьем этапе строят точки высот объекта. Если для их построения применить масштаб высот, то перспективное изображение объекта будет иметь большое число дополнительных линий. Для упрощения построений используют вспомогательную вертикальную плоскость, которая может быть перпендикулярна к картине или расположена под произвольным углом к ней. В первом случае горизонтальные линии этой плоскости будут иметь главную точку схода P , а во втором — любую точку схода Q_∞ на линии горизонта. В данном примере на линии горизонта взята произвольная точка Q_∞ . При использовании вспомогательной вертикальной плоскости ее располагают на чертеже так, чтобы линии построения не накладывались на перспективное изображение. На картине она задана следами: картинным $Q_k Q_0$ и предметным $Q_0 Q_\infty$. На картинном следе вспомогательной плоскости откладывают натуральные высоты вершин объекта и через них проводят горизонтальные прямые в точку схода Q_∞ . Затем на предметный след $Q_0 Q_\infty$ (т.е. $Q_0 Q_\infty$) плоскости Q с помощью горизонтальных линий, параллельных основанию картины, переносят все точки плана, от которых откладывают вертикальные ребра объекта, определяющие их высоту в перспективном изображении.

Применение вспомогательной вертикальной плоскости называют способом боковой стены, который часто используют при построении изображений объектов в перспективе.

На рисунке 210 показаны построения в перспективе объекта способом архитектора и с применением других приемов (случай зрения, следов лучевых плоскостей, опущенного плана, боковой стены).

4. Для построения антуража, как уже говорилось, применяют так называемый способ перспективной сетки, иллюстрируемый на рис.

Он особенно удобен при построении перспективы объекта с окружающей средой, имеющей в предметной плоскости множество кривых линий, не подчиненных какой-либо закономерности (бассейн со сложным очертанием, подъездные дороги к зданию, расположенные на прилегающей территории, спортивные и игровые площадки), а также сложных изображений на вертикальных плоскостях в виде мозаичных панно на фасадах и торцах зданий и сооружений.

В нашем примере перспектива объекта построена с низким горизонтом и изображение антуража на нем не будет наглядным. Как известно, способ сетки для показа прилегающей к объекту территории применяют при высоком горизонте.

Заметим также, что в натуре здание имеет определенное окружение (антураж) и воспринимается вместе с ним. Этот антураж может иногда влиять на композицию всего изображения и на правильное его восприятие. Для приближения восприятия перспективного изображения к натурному на нем показывают фигуры людей, кустарники, деревья, фонари осветительные и др. Как правило, их изображение в перспективе показывают схематично, но обязательно с сохранением масштабности в зависимости от глубины расположения.

5. Построение солнечных теней и выявление светотени с применением отмывки или штриховки являются дополнительными элементами изображения объекта в перспективе. Построение теней на архитектурных объектах используют для того, чтобы придать наглядность и рельефность изображению. Положение солнечных лучей выбирают таким образом, чтобы наиболее полно выявить архитектуру объекта. Большей частью задают такое положение солнечных лучей, при котором один из фасадов (чаще боковой) находится в собственной тени. Нецелесообразно делать оба видимых фасада темными или, наоборот, светлыми, что не способствует выявлению рельефности изображения.

Тени переднего плана прорабатывают более тщательно, тени дальних частей здания и его деталей — более обобщенно. Иногда изображают тень на предметной плоскости от впереди стоящего здания, не расположенного на картине. Этот графический прием усиливает глубину перспективного изображения. Следует избегать такого положения лучей, при котором образуются очень широкие или длинные тени. При построении падающих теней на круглые формы объектов следует правильно установить направление и очертание кривизны их границы.

При выявлении теней в перспективе учитывают ее тоновые особенности. Отметим некоторые из них: а) равномерно освещенная или затемненная плоскость по мере удаления и глубины теряет интенсивность тона; б) падающие и собственные тени по мере удаления теряют свою первоначальную интенсивность; в) интенсивность действия отраженных лучей уменьшается с удалением; г) кривизна поверхностей круглых тел изображается с помощью нанесением градации теней и бликов.

Графическое выявление и изображение светотени и падающих теней являются завершающим этапом в работе над перспективой объекта.

§ 34. СПОСОБ СОВМЕЩЕНИЯ ПРЕДМЕТНОЙ ПЛОСКОСТИ С КАРТИНОЙ

Этот способ применяют для решения многих метрических задач и при построении перспективных изображений. Сущность его заключается в том, что часть предметной плоскости вращают вокруг основания картины и опускают вниз до совмещения с картиной (рис. 211, а). Тогда изображение фигуры, например треугольника $A_0A'B_0$, при совмещении с картиной будет натуральным ($A_0\bar{A}B_0$) и соответствующим положению ее на предметной плоскости.

Заметим, что треугольник $A_0A'B_0$, лежащий в предметной плоскости, подобен треугольнику $A_\infty SB_\infty$ вследствие параллельности сходственных сторон. Следовательно, при совмещении с картиной они остаются подобными ($A_0\bar{A}B_0 \sim A_\infty \bar{S}B_\infty$). Из построения видно, что сходственные стороны этих треугольников в совмещенном положении параллельны ($B_\infty \bar{S} \parallel B_0\bar{A}$ и $A_\infty \bar{S} \parallel A_0\bar{A}$). Используя эту особенность, можно построить перспективу угла или любой другой фигуры по их совмещенному положению (рис. 211, б).

Способ совмещения удобно применять для построения в перспективе интерьера с предметами обстановки заданной высоты.

На рисунке 212 задана картина с ее элементами и совмещенное положение угла комнаты с произвольно стоящими на полу журнальным столиком и креслом. Для построения перспективного изображения интерьера используют описанный способ. Там, где

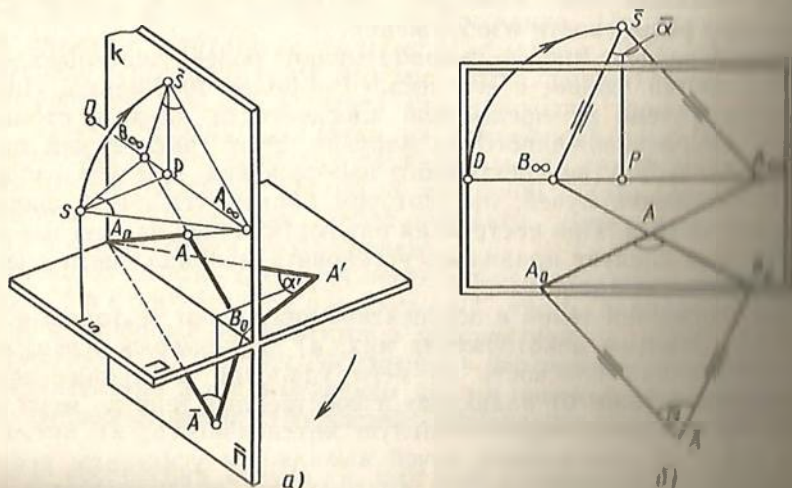


Рис. 211

определения перспективы угла A между плинтусами пола проводят через совмещенную точку зрения $\bar{S}$ стороны $\bar{S}F_1$ и $\bar{S}F_2$ прямого угла параллельно $\bar{A}I_0$ и $\bar{A}2_0$ и отмечают точки схода F_1 и F_2 . В пересечении прямых F_1I_0 и F_22_0 находят искомую точку A . Таким же образом строят все остальные вершины предметов, расположенных в комнате.

Для упрощения построения перспективы интерьера способ совмещения сочетают с координатным методом, определяя положение каждой точки предмета на полу с помощью масштаба глубин. С этой целью через точку $\bar{A}$ проводят вертикальную прямую, которая в перспективе будет глубинной прямой A_0P . Совмещенное положение точки $\bar{A}$ от картинной плоскости находится на расстоянии, равном отрезку $\bar{A}A_0$. Его откладывают на основании картины ($A_0\bar{A}_0$) и переносят с помощью дистанционной точки D на глубинную прямую. Вершину угла A соединяют с точками I_0 и 2_0 . Таким же образом определяют перспективу точек $\bar{B}$, $\bar{E}$ и всех остальных. Высоту предметов по заданным размерам переносят, используя масштаб высот.

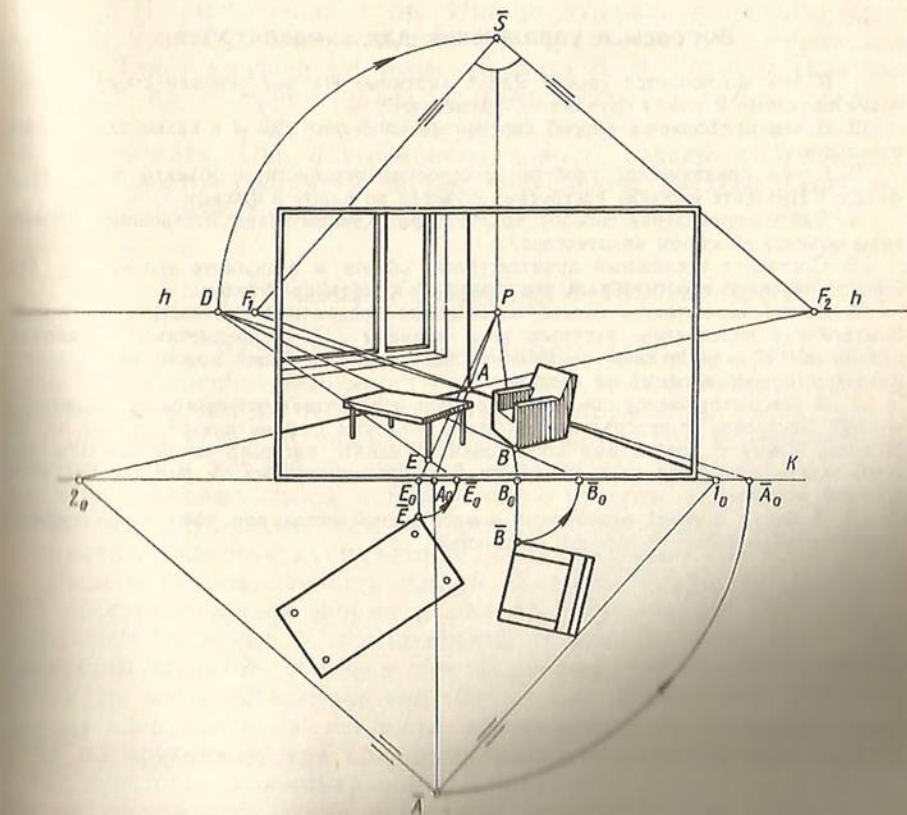


Рис. 213

Способ совмещения в сочетании с координатным методом применяют и для решения обратных задач, а также при анализе картин художников, если требуется определить натуральные размеры предметов, заданных в перспективе.

Таким образом построен интерьер угла комнаты на 2-й цветной вклейке. Заметим, что в данном примере вершина A угла комнаты (пересечение плинтусов) построена также с помощью масштаба глубин. А вершины фигур (например, B, C, E) оснований предметов обстановки определены координатным методом: в пересечении глубинных прямых с точкой схода P и вспомогательных прямых, проведенных параллельно правой стороне угла комнаты, с точкой схода F_1 .

Координатный метод применяют при построении перспективы интерьера по его плану и заданным высотам предметов (3-я цветная вклейка). Заметим, что в данном случае отрезки измеряют на плане от точек A, B, C, E предмета до основания картины k_1k_1 и затем переносят на глубинную прямую.

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. В чем заключается способ малой картины? На чем основан способ уменьшения картины? В каких случаях их применяют?

2. В чем заключается способ перспективной сетки? Где и в каких случаях его используют?

3. В чем практическое удобство построения перспективы объекта по плану и фасаду? Назовите способы построения объекта по плану и фасаду.

4. Дайте определение способу архитектора. Каковы этапы построения перспективы объекта способом архитектора?

5. Составьте несложный архитектурный объект и выполните его чертёж. Постройте перспективное изображение объекта способом архитектора.

6. В чем заключается способ совмещения предметной плоскости с картиной? Постройте в перспективе интерьер угла комнаты с 3—4 предметами обстановки, заданными в совмещённом положении. (В данном задании можно использовать интерьер, представленный на вклейке.)

7. В чем заключается способ построения перспективы интерьера по заданному плану? Постройте в перспективе интерьер комнаты с фронтальной стеной по заданному плану с предметами обстановки. (Задайте интерьер своей комнатой и используйте в задании один из интерьеров, представленных на рисунке 301 в цветной вклейке.)

8. В каких случаях используют координатный метод при построении перспективных изображений? В чем его сущность?

ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ В ПЕРСПЕКТИВЕ

Глаз человека воспринимает предметы в окружающем нас пространстве благодаря их освещенности каким-либо источником света, который может быть расположен относительно зрителя и изображаемых предметов по-разному.

Изображение теней в перспективе часто играет решающую композиционную роль и подчеркивает сюжетное содержание картины. Примерами таких картин можно назвать: «Последняя песня» (К. К. Клодт), «Тайная вечеря» (Н. Н. Ге), «Больная» (В. Д. Polenov), «Преферанс» (В. М. Васнецов), «Письмо с фронта» (А. И. Лактионов) и др. Иногда художники используют в картине прием изображения тени без предметов, от которых она падает. Так, в картине «Мартовский снег» И. Э. Грабаря (цветная пастель) на переднем плане ослепительного снегового покрова изображены причудливые синие тени от деревьев, которые находятся за зрителем. Они подчеркивают яркость солнечного весеннего дня и являются составной частью композиции, раскрывающей содержание и сюжет данной картины.

§ 35. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ТЕОРИИ ТЕНЕЙ

Рассматривая окружающие предметы, легко заметить, что степень освещенности их частей неодинакова. Наиболее освещенными бывают те поверхности, на которые лучи света падают под прямым углом, и яркость их усиливается при более близком расположении источника света к объекту. С уменьшением угла наклона световых лучей к поверхности яркость освещенности ее ослабевает. Наиболее темной является та часть поверхности предмета, на которую лучи света не попадают совсем (рис. 213, а, б).

Различная освещенность частей предмета позволяет судить о его пространственной форме и рельефе поверхности. Художники выражают зависимость освещенности от рельефа поверхности посредством штрихов, тушевки или наложения тоновых и цветовых пятен на соответствующие его части. Для правильной передачи формы изображаемого предмета, построенного по перспективе, а не по оригиналу, или при составлении композиции необходимо знать некоторые закономерности распределения светотеней и тонировки их построения. Этими вопросами занимается так называемая линейная перспектива.

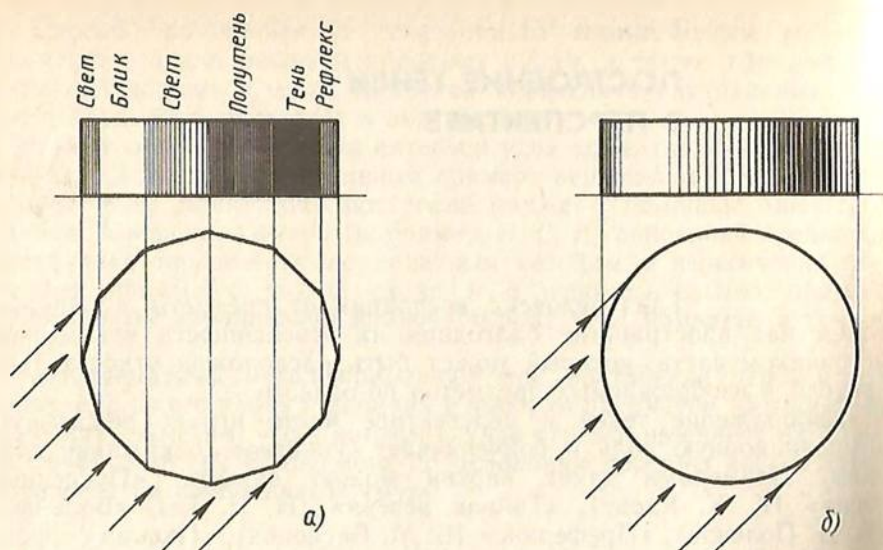


Рис. 213

Известно, что, рисуя с натуры, художник наносит светотени по непосредственному наблюдению и восприятию. Однако и в этом случае необходимо знание законов их построения, для того чтобы проверять и корректировать правильность выполнения изображений.

Светотень на предмете в окружающем пространстве и падающую тень от него строят следующим образом: от источника света S исходят световые лучи и падают на какую-либо плоскость (экран), но на их пути находится непрозрачный предмет, который задерживает их. В результате часть экрана остается неосвещенной. Эта часть называется падающей тенью предмета (рис. 214). Поверхность предмета разделяется на освещенную и затемненную части. Последняя называется собственной тенью предмета.

Граница, разделяющая освещенную и неосвещенную часть предмета, является контуром собственной тени и линией раздела света и тени. Линия светотени представляет собой множество точек, в которых световые лучи касаются поверхности предмета. Касательные лучи, падающие на экран, образуют линию контура падающей тени и ограничивают между предметом и экраном затемненное пространство, которое называется конусом тени. Если освещен многогранный предмет, то затемненное пространство будет иметь форму пирамиды тени, которая усечена поверхностью предмета и экрана.

Построение падающей и собственной тени предмета зависит от условия его освещения. Различают два основных источника освещения: искусственный и естественный. Искусственный источник света, как правило, расположен на небольшом расстоянии от предмета, и его называют светящейся точкой или фокусом. Примерами искусственного точечного источника света являются:

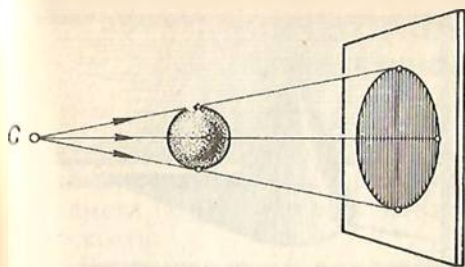


Рис. 214

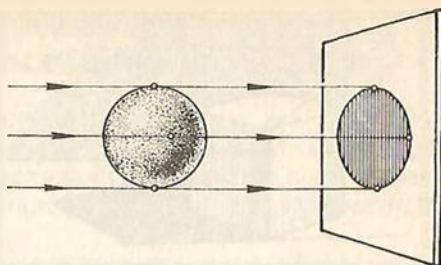


Рис. 215

быть электрическая лампочка в комнате, настольная лампа, фонарь на улице, пламя свечи или спички и др. При точечном освещении на экран падает пучок расходящихся лучей (см. рис. 214).

Естественный источник света (Солнце или Луна) условно предполагается расположенным в бесконечности. Такое освещение называют солнечным. При солнечном освещении лучи, падающие на экран, считают параллельными (рис. 215). Если предмет многогранный, то при солнечном освещении затемненное пространство будет иметь форму призмы тени, а при освещении круглого предмета — цилиндра тени.

Насыщенность (густота) падающей и собственной тени предмета зависит от многих факторов. Существенную роль здесь играет расстояние между предметом и источником света, яркость света, цвет и тональность окружающих предметов в пространстве, чистота воздуха, время дня и пр.

В реальных условиях собственная тень никогда не бывает абсолютно черной, так как в этой части поверхность освещается отраженным светом от других предметов. Некоторое влияние на освещенность оказывает окружающий воздух, насыщенный пылинками, рассеивающими лучи света во всех направлениях. Отраженный свет в теневой части предмета называется *рефлексом*.

Интенсивность освещенности поверхности предмета, обращенной к источнику света, также зависит от разных условий, например от угла наклона световых лучей к поверхности, от насыщенности воздуха, от физических свойств освещаемой поверхности (матовая или блестящая), от материала, из которого сделан предмет, и др. Практически невозможно полностью учесть все влияющие на интенсивность света и тени.

Можно лишь выделить ряд общих положений (правил) в изображении светотени и падающей тени предмета, которые следует учитывать при рисовании с натуры или по представлению, при составлении композиции и т. д.

Собственные тени на предметах обычно изображают более светлыми, чем падающие, из-за отражений (рефлексов) от земли и окружающих предметов. По той же причине верхняя часть собственной тени немного светлее, чем нижняя. Если предмет многогранный, то переход от света к тени четко разграничен ребрами (рис. 216).

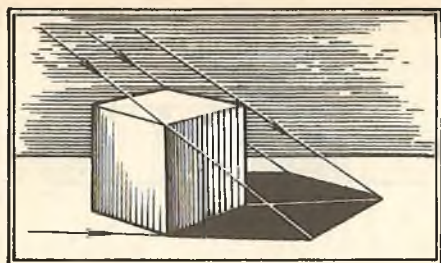


Рис. 216

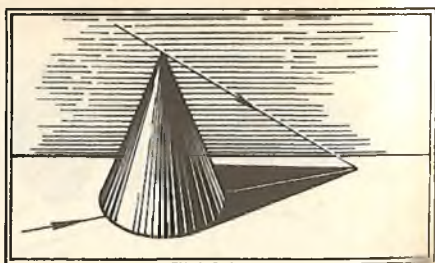


Рис. 217

У предметов круглой формы переход от света к тени осуществляется постепенно (рис. 217).

Предметы с блестящими поверхностями в освещенной части имеют особенно ярко высветленное место — блик.

Падающая тень ослабевает по мере удаления от предмета и источника света. Граница тени тем четче, чем ближе источник света и чем меньше сама тень. Если тень велика, то границы удаленной от предмета части становятся менее четкими, расплывчатыми.

В практике возможны построения теней при освещении предмета несколькими источниками света. В этом случае образуются две падающие тени, которые могут быть наложенными. Общая часть двух падающих теней, полностью затененная от двух источников света, называется **полной тенью** предмета. Несовпадающие части теней называются **падающими полутеньями**. Они менее интенсивны по освещенности, чем полная тень, так как лучи каждого из двух источников света освещают тень, образуемую другим источником (рис. 218).

Таким же путем образуется полная тень и полутень от предмета, освещенного некоторой светящейся поверхностью, расположенной на близком расстоянии, например лампа с матовым фоном. При светящейся поверхности контур тени не имеет **разрывов** очертаний.

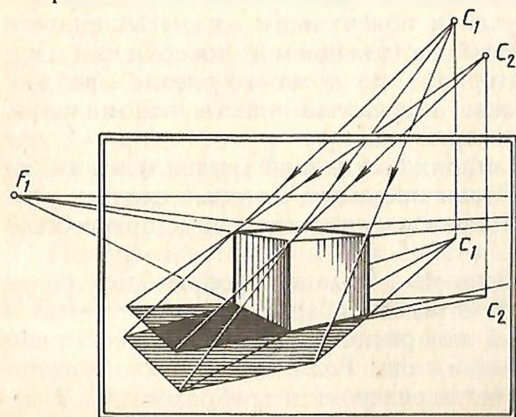


Рис. 218

§ 36. ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ ПРИ ИСКУССТВЕННОМ ОСВЕЩЕНИИ

Для построения падающих теней от какого-либо предмета необходимо, чтобы на картине или недалеко за ее пределами были заданы проекции светящейся точки и всех точек предмета, определяющих контур падающей тени на предметной плоскости.

Построение теней в перспективе является позиционной задачей, которая сводится к нахождению или линии пересечения «теневого» поверхности», или точки пересечения светового луча с поверхностью, на которую падает тень.

Построение падающей тени при искусственном точечном освещении основано на следующих действиях. На картине (рис. 219) задан вертикальный предмет в виде прямолинейного отрезка AB , перпендикулярного к предметной плоскости, и светящаяся точка C с основанием c . Для построения падающей тени на предметную плоскость направляют световые лучи ко всем точкам предмета. В данном случае предмет прямолинейный и световые лучи образуют «теньевую плоскость», которая в пересечении с предметной плоскостью определяет прямую линию, являющуюся его тенью. Следовательно, здесь достаточно найти падающую тень от верхнего A и нижнего B концов предмета. Тень от точки, определяющей нижний конец, совпадает с ней самой ($B \equiv B_*$). Тень от верхнего конца A находится в точке A_* пересечения светового луча с предметной плоскостью. Ее находят в пересечении светового луча со своей проекцией.

Для определения контура падающей тени от предмета строят тень от всех характерных его точек. Для этого проводят световые лучи и их проекции через светящуюся точку и точки предмета. Точка пересечения луча и его проекции определит падающую тень от каждой вершины предмета, а линия, соединяющая их,— очертание контура всей тени.

Рассмотрим ряд примеров построения падающей тени от предметов при точечном источнике света.

Пример 1. На картине (рис. 220) задана вертикальная пластина прямоугольной формы, поставленная на предметную плоскость, и

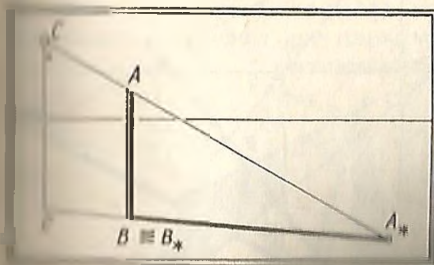


Рис. 219

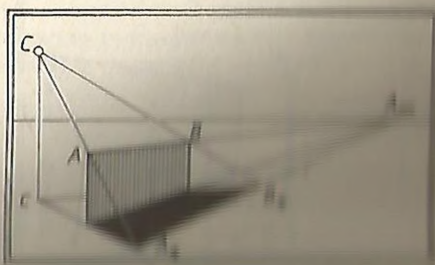


Рис. 220

также точечный источник света. Требуется построить тень от пластины.

Сначала строят падающие тени от двух вертикальных ребер пластины и, соединив полученные точки, определяют контур иско-мой тени. Заметим, что верхняя сторона AB пластины параллельна предметной плоскости. Отсюда падающая тень A_*B_* от нее должна быть параллельна этой стороне и поэтому в перспективе имеет с ней общую точку схода A_∞ . Это положение дает возможность упрощать сложные построения, а также проверять и уточнять пра-вильность определения контура тени в перспективе всего предмета.

Пример 2. На картине (рис. 221) заданы вертикальные плос-кость и предмет в виде прямолинейного отрезка AB , от которого падает тень.

Для построения тени от этого отрезка находят линии пересе-чения «теневого пространства» с вертикальной и предметной плоскос-тями. Построение тени на предметной плоскости известно. Верти-кальный участок тени определяют как линию пересечения двух горизонтально-проецирующих плоскостей, проведя ее через точку пересечения их оснований.

Пример 3. На картине (рис. 222) заданы вертикальная пла-стина и опирающийся на ее верхний край прямолинейный стержень. Требуется построить падающую тень от пластины и стержня.

Тень от пластины строят по одной ближней ее вершине (см. рис. 220), помня, что параллельные линии имеют общую точку схода. Для построения тени от стержня вначале определяют его проекцию на предметную плоскость. Для этого находят проек-цию b точки опоры B стержня на основании пластины. Затем строят проекцию стержня, соединив нижний его конец E с прое-кцией b опорной точки. После этого находят проекцию a свободного конца A и строят от него тень A_* на предметную плоскость (см. рис. 219), которая определит тень E_*A_* от всего стержня. Тень на пластине находят как линию пересечения ее с «теневого про-странства» стержня. Для этого соединяют две имеющиеся точки тени на верхней B и нижней стороне пластины.

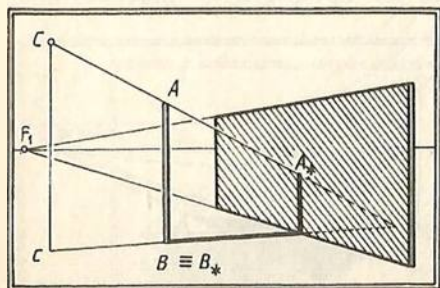


Рис. 221

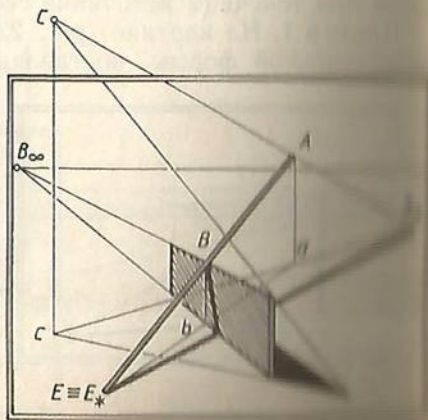


Рис. 222

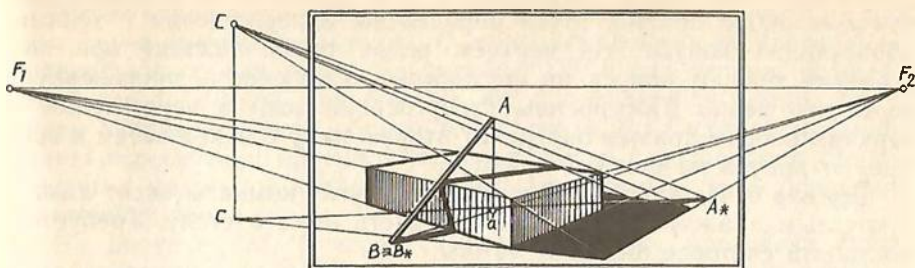


Рис. 223

Пример 4. На картине (рис. 223) заданы спичечная коробка и опирающаяся на ее ребро спичка. Требуется построить от них тень при точечном источнике света.

Сначала строят тень от коробки (см. рис. 222). Для построения тени от спички определяют ее проекцию на предметную плоскость, проходящую через опорную точку на ребре, как в предыдущем примере. Затем строят тень от спички на предметной плоскости и на вертикальной грани коробки. Чтобы построить тень от спички, на верхней горизонтальной грани коробки, находят принадлежащие ей две точки. Одна из них — точка опоры. Вторую находят по ее тени на предметную плоскость (пересечение теней верхнего ребра коробки и спички). Если через данную точку провести световой луч, то в пересечении с ребром он определит вторую точку тени от спички на верхней грани коробки.

Заметим, что тени от спички на предметной плоскости и на верхней грани коробки параллельны между собой, поэтому в перспективе они имеют общую точку схода. Это правило используют при построении, когда предельная точка тени не выходит за пределы картины.

Пример 5. На картине (рис. 224) заданы треугольная призма, лежащая на боковой грани, и конус с вертикальной осью. Требуется построить от них тень при точечном источнике света.

Построение падающей тени от призмы известно (см. рис. 223). Таким же образом строят тень от конуса на предметную плоскость. Для этого определяют сначала тень A_* от вершины A и через нее проводят две касательные к эллипсу — основанию конуса.

Для построения тени от конуса на боковой наклонной грани призмы определяют две пары точек, принадлежащих ей. На первом

Рис. 224



боковом ребре призмы точки определены в пересечении с тенью образующих конуса. На верхнем ребре точки находят при построении тени от конуса на вертикальную плоскость, проведенную через это ребро. Построенный треугольник тени в пересечении с верхним ребром призмы определит вторую пару точек, а затем и всю тень от конуса на боковой грани.

Пример 6. На картине (рис. 225, а) в углу комнаты висит лампа с круглым абажуром, освещающая часть пола и стену. Требуется построить световое пятно от лампы.

В данном примере задача сводится к построению светового пятна, полученного в результате пересечения светового конуса горизонтальной плоскостью пола и вертикальной плоскостью стены. Нетрудно понять, что в первом случае очертанием контура светового пятна будет в натуре окружность, которая на картине примет форму эллипса, а во втором — гипербола, поскольку плоскость стены параллельна оси конуса.

Для решения данной задачи задают диаметр окружности светового пятна, полученного на плоскости пола. Если световое пятно играет композиционную роль на картине, то размер диаметра окружности зависит от некоторых заданных условий. Например, световое пятно должно покрывать почти всю поверхность пола и частично падать на левую стену, а лампа должна висеть тоже на определенной высоте над линией горизонта.

Построение светового пятна выполняют в следующей последовательности. Строят угол комнаты, отметив точки схода сторон прямого угла F_1 и F_2 , и положение лампы C с абажуром, задав место прикрепления ее шнура к потолку в точке C_1 .

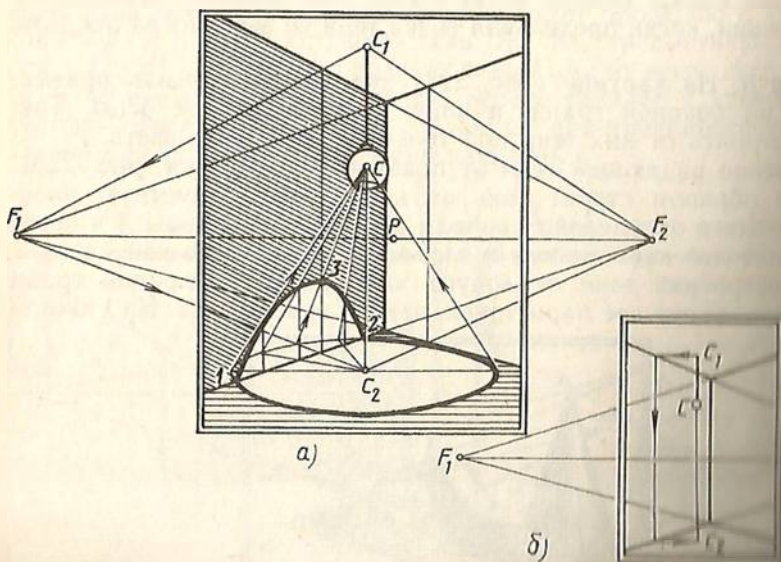


Рис. 225

Затем определяют основание светящейся точки на полу c_2 , для чего через светящуюся точку C проводят любую горизонтально-проецирующую плоскость. На рисунке 225, а она перпендикулярна левой стене. Линии пересечения ее с потолком и полом будут иметь с правой стеной общую точку схода F_1 . Сначала проводят линию пересечения проецирующей плоскости с потолком и стеной, а затем с полом, на которой определяют проекцию c_2 — основание светящейся точки.

На рисунке 225, б через светящуюся точку проведена фронтальная плоскость. Найдены линии, параллельные основанию картины, пересечения ее с плоскостями потолка и пола, а вертикальная — с левой стеной. Затем определена проекция c_2 светящейся точки C на плоскости пола.

Приняв основание c_2 светящейся точки за центр окружности светового пятна, задают ее горизонтальный диаметр, расположенный параллельно основанию картины с учетом композиционного замысла рисующего и заданных условий. Для этого от центра окружности (эллипса) влево откладывают произвольной величины радиус так, чтобы конец его находился за пределами стены. Этот радиус откладывают и вправо. Зная центр и диаметр окружности светового пятна, можно построить его перспективу, т. е. эллипс, способом описанного квадрата.

Для определения положения светящейся точки (лампочки) внутри абажура проводят световые лучи через концы горизонтальных диаметров светового пятна и отверстия абажура. В точке пересечения лучей отмечают положение лампочки. Если световые лучи пересекутся за пределами абажура, то уменьшают его отверстие с учетом заданного условия — величины светового пятна. Можно выполнить построение иначе: сначала задать лампочку внутри абажура и, проведя лучи в концы диаметра светового пятна, определить диаметр отверстия абажура.

Световое пятно на стене, как уже было сказано, представляет собой очертание гиперболы. Концы 1 и 2 ветви гиперболы находятся в пересечении эллипса с плинтусом стены. Вершина 3 гиперболы расположена на линии пересечения левой стены с перпендикулярной к ней горизонтально-проецирующей плоскостью F_1 (рис. 225, б), проведенной через светящуюся точку. Для ее построения через точку пересечения основания этой плоскости с линией эллипса проводят луч, который в пересечении с перпендикуляром в плоскости стены определяет вершину 3 гиперболы.

Для определения промежуточных точек гиперболы проводят через произвольно взятые за пределами стены точки эллипса световые лучи и их проекции. Они определяют вспомогательные горизонтально-проецирующие плоскости, которые, пересекаясь со стеной, образуют линии пересечения, где расположены искомые точки гиперболы.

Пример 7. На картине (рис. 226) заданы угол комнаты с предметами обстановки, освещенными лампой. Требуется построить от них тени.

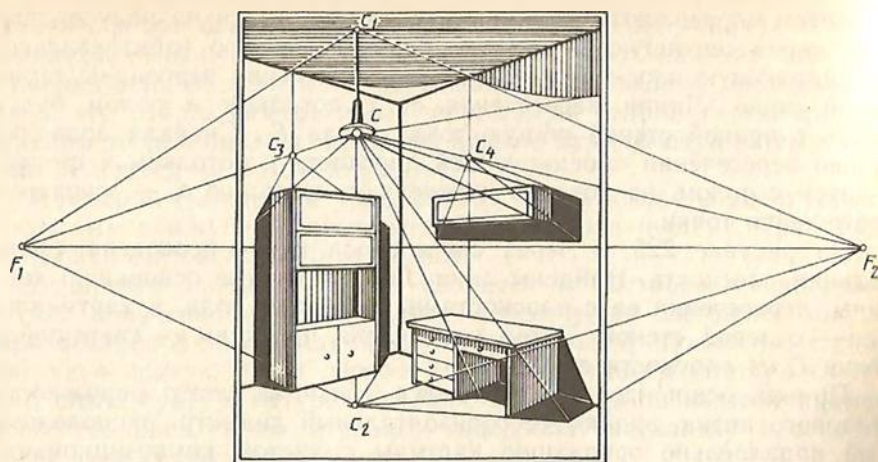


Рис. 226

Поскольку тени от предметов падают на пол и две стены, то строят проекции c_2 , c_3 , c_4 светящейся точки S на все три плоскости, а также c_1 на потолке, для чего опускают на них перпендикуляры.

Тень от полки строят, начиная с переднего нижнего угла. Для этого через него и светящуюся точку S проводят световой луч, а через проекции угла и светящейся точки c_4 — проекцию луча. По тени вершины угла легко определить тени от вертикального и горизонтального ребер полки, а затем и очертание всей тени от полки, помня об общих точках схода.

Для письменного стола строят сначала тень от правой боковой плоскости, проведя световой луч через переднее ребро, а его проекцию — через точку c_2 . Соединив полученную точку с основанием переднего ребра, а также построив линию пересечения теневой плоскости с полом и со стеной, определяют очертание падающей тени от боковой плоскости.

Таким же образом строят тень от шкафа, падающую на левую стену. Для этого используют проекцию c_3 светящейся точки S .

Тень на потолке от абажура лампы строят так же, как световое пятно на полу в углу комнаты (см. рис. 225, а).

§ 37. ПОСТРОЕНИЕ ТЕНЕЙ ПРИ СОЛНЕЧНОМ ОСВЕЩЕНИИ

При рисовании с натуры в помещении или на улице в разное время суток солнечное освещение объекта, а следовательно, и очертание падающей тени от него постоянно меняются в отличие от искусственного источника света, при котором тени остаются неподвижными. Солнечное освещение — это частный случай точечного освещения, когда источник света удален на бесконечно большое расстояние. Поэтому принцип построения теней один и тот же. Лучи света при

солнечном или лунном освещении принимают за параллельные, так как светящаяся точка (Солнце или Луна) находится условно в бесконечности. На картине задают точку схода C_∞ лучей в соответствии с выбранным направлением и ее проекцию c_∞ .

Относительно зрителя солнце может иметь три положения, в соответствии с этим возможны три основных направления солнечных лучей:

1. Солнце расположено в предметном пространстве, т. е. перед зрителем. В этом случае солнечные лучи — восходящие параллельные прямые. Точка схода C_∞ солнечных лучей находится над линией горизонта в произвольно выбранном или заданном месте, а ее проекция c_∞ — на линии горизонта. При таком положении солнца падающая от предмета тень B_*A_* направлена на зрителя, а сам предмет обращен к нему теневой стороной (рис. 227).

Чем выше точка схода солнечных лучей, тем ближе солнце к зениту. В зените солнце бывает только на экваторе, и тогда тени, падающие от предметов, совпадают с их основанием. В полдень тень короче, на восходе или закате солнца она длинней, и точка схода солнечных лучей находится близко к горизонту.

2. Солнце расположено в мнимом пространстве, т. е. сзади зрителя. В этом случае солнечные лучи — нисходящие параллельные прямые. Точка схода C_∞ солнечных лучей находится под линией горизонта и в направлении, противоположном солнцу, а ее проекция c_∞ — на линии горизонта. При таком положении солнца падающая от предмета тень A_*B_* направлена от зрителя, а сам предмет обращен к нему своей освещенной стороной (рис. 228).

Чем дальше от линии горизонта удалена точка схода солнечных лучей, тем положение солнца больше соответствует полуденному времени. Если она расположена близко к горизонту, то это время заката или восхода солнца.

3. Солнце расположено в промежуточном пространстве, т. е. сбоку от зрителя (слева или справа). В этом случае солнечные лучи параллельны плоскости картины и наклонены к предметной плоскости под произвольным или заданным углом, т. е. они являются фронтальными прямыми. По законам перспективы они не имеют точки схода и остаются параллельными между собой, а их проекции на предметную плоскость параллельны основанию картины. Тень A_*B_* , падающая от предметов, будет горизонтальной

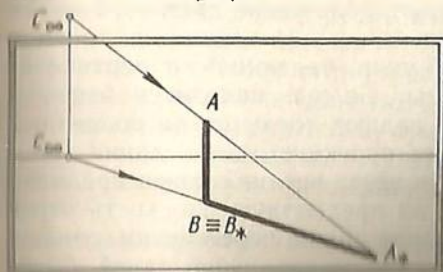


Рис. 227

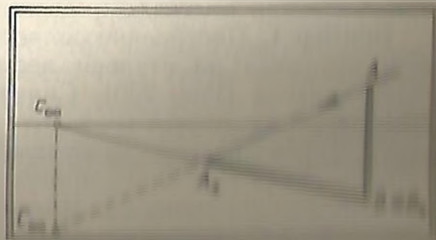


Рис. 228

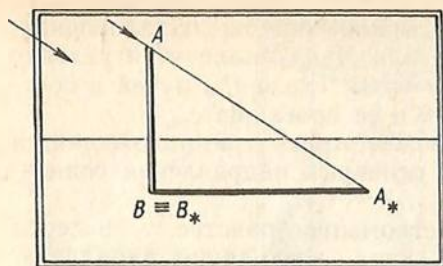


Рис. 229

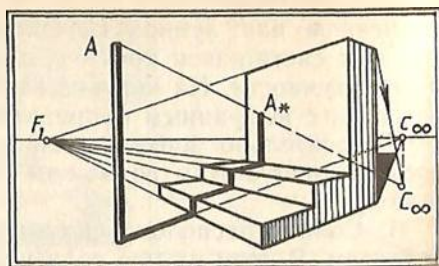


Рис. 230

и параллельной основанию картины. Предмет к зрителю будет обращен частично освещенной и теневой стороной. Направление солнечных лучей на картине указывается заданным углом наклона к ее основанию. Чем угол наклона больше, тем солнце ближе к полуденному времени и тени от предметов будут короткие. Если угол наклона солнечных лучей небольшой, то это время заката или восхода солнца и тени от предметов будут длинными (рис. 229).

При создании картины художник задает точку схода солнечных лучей произвольно в зависимости от композиционного замысла. При изображении архитектурных сооружений выбор направления солнечных лучей согласуется с действительными условиями предполагаемого расположения зданий относительно сторон света, с географической широтой места и наибольшей обозреваемостью с определенной точки зрения. С учетом этих условий можно правильно выбрать наклон солнечных лучей к предметной плоскости и направление их проекций. Наиболее простым является направление, параллельное плоскости картины. Угол наклона лучей к предметной плоскости для средних широт нашей страны выбирают в пределах от 30° до 45° . Удобнее всего принять промежуточное значение этого угла, например 35° . Оно приблизительно соответствует углу наклона диагонали куба к его основанию ($35^\circ 16'$).

При рисовании с натуры объектов солнечное освещение и падающие тени выбирают в процессе работы. Увидев наиболее удобное положение падающей тени от предмета, фиксируют тень от какой-либо одной его характерной точки. Затем по ней определяют точку схода солнечных лучей и их проекций и строят тень от всего предмета. Таким же путем определяют положение светового пятна в комнате при солнечном освещении.

Пример 1. Построение солнечной тени, падающей от вертикального предмета на ступени лестницы. Солнце находится слева и сзади зрителя (рис. 230). Сначала задают точку схода солнечных лучей C_∞ под линией горизонта и ее проекцию c_∞ на линии горизонта. Затем проводят солнечный луч через верхний конец предмета в точку схода C_∞ , а его проекцию на предметную плоскость — нижний конец в точку c_∞ . Далее строят линию пересечения этой плоскости со ступенями. Заметим, что направление тени должно соответствовать вертикальному и горизонтальному направлениям.

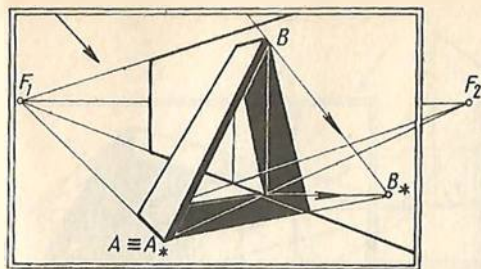


Рис. 231

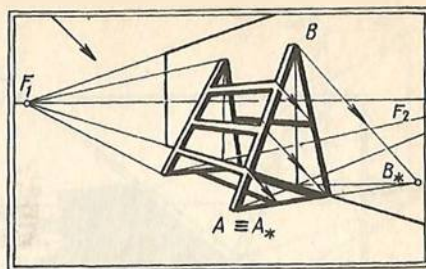


Рис. 232

плоскостей ступеней. На горизонтальных плоскостях ступеней тени будут направлены в точку схода C_∞ .

Пример 2. Построение солнечной тени, падающей от доски, опирающейся на стену. Солнце находится слева и сбоку зрителя (рис. 231).

Чтобы доска упиралась в стену, верхний и нижний её края должны иметь ту же точку схода F_1 , что и основание стены. Тогда проекции на предметную плоскость боковых краев доски должны быть перпендикулярны к основанию стены и иметь точку схода F_2 .

Сначала строят тень от ближнего ребра AB доски. Для этого через вершину B проводят солнечный луч в заданном направлении, а через точку b — его проекцию параллельно основанию картины. Соединив точку B_* с A_* , получают тень от ребра AB . Заметим, что тень пройдет только до основания стены, а затем, преломляясь, будет направлена к точке B в плоскости стены. Так же строят тень от дальнего наклонного ребра доски.

Аналогично строят падающую солнечную тень от лестницы, приставленной к стене (рис. 232).

Пример 3. Построение солнечной тени на ступенях лестницы, падающей от парапета. Солнце находится перед зрителем (рис. 233).

Сначала задают точки схода солнечных лучей (C_∞) и их проекций (c_∞). Затем строят тени от вертикального ребра парапета с точкой 1 и горизонтального ребра $1-2$, определяющего его толщину. Заметим, что тень 1_*2_* параллельна ребру $1-2$ и имеет с ней общую точку схода F_1 .

Для построения контура тени на вертикальных плоскостях ступеней от наклонного ребра парапета $2-4$ отмечают точки 3 и 4 на ребре наклонной плоскости. Через них проводят солнечные лучи в вертикальных плоскостях ступеней. С этой целью строят проекцию падающей точки на данную плоскость C'_∞ . Тогда лучи $C'_\infty 3$ и $C'_\infty 4$ определяют контур теней, проходящих через точки 3_* и 4_* в горизонтальных плоскостях ступеней. Заметим, что ребра горизонтальной части парапета и границы тени от нее направлены в точку схода F_2 .

Данный пример часто встречается при построении теней в изображении архитектурных объектов.

Пример 4. Построение солнечной тени от вертикального

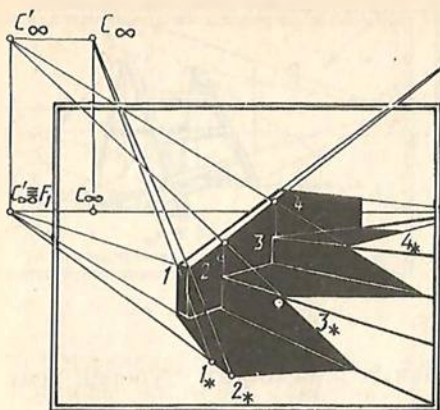


Рис. 233

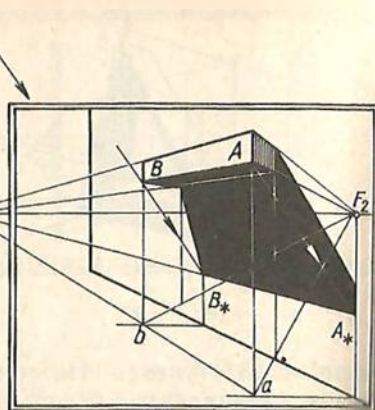


Рис. 234

навеса, расположенного на стене дома. Солнце находится сбоку зрителя (рис. 234). Сначала на стене строят падающие тени от ближнего A и дальнего B углов навеса. Для этого через точки A и B проводят солнечные лучи в заданном направлении и проецируют их параллельно основанию картины. Заметим, что контур A_*B_* тени от ребра AB будет иметь общую точку схода F_1 . Затем определяют тень от вертикального ребра навеса, проходящего через точку A , и горизонтальных ребер, перпендикулярных к плоскости стены.

Пример 5. Построение солнечного пятна от контура арочного окна (толщина стены не задана и при построении тени не учитывается). Солнце находится перед зрителем слева (рис. 235).

В данном случае задается условие: световое пятно должно быть полностью видимо на полу. Поэтому положение точек схода солнечных лучей и их проекций задают с учетом этого условия. Сначала на полу произвольно отмечают точку A_* — тень от самой высокой точки A окна. Затем проводят проекцию солнечного луча A_*a и определяют ее предельную точку c_∞ на линии горизонта. Через точку схода c_∞ проекций солнечных лучей проводят перпендикуляр к линии горизонта, на котором должна находиться предельная точка C_∞ солнечных лучей. Ее определяют в пересечении солнечного луча AA_* с перпендикуляром.

Далее из точки c_∞ проводят проекцию $c_\infty 2_*$ солнечного луча и определяют тень 1_*2_* от ближней стороны окна. Используя точку схода F_2 , строят тени от точек 4 и 3 , принадлежащих дальней стороне окна. Лучи, проведенные через точки эллипса на диагоналях полукадрата, определяют контур светового пятна от арочной части окна.

Аналогичное построение приведено на рисунке 236. Световое пятно в этом примере падает и на пол, и на стену; солнце находится сбоку от зрителя. Угол наклона солнечных лучей выбирают с учетом этого условия. Сначала проводят проекции лучей $1-1_*$, $2-2_*$, $3-3_*$ на полу параллельно основанию картины и на стене — вертикально. Затем задают такой угол наклона световых лучей, чтобы

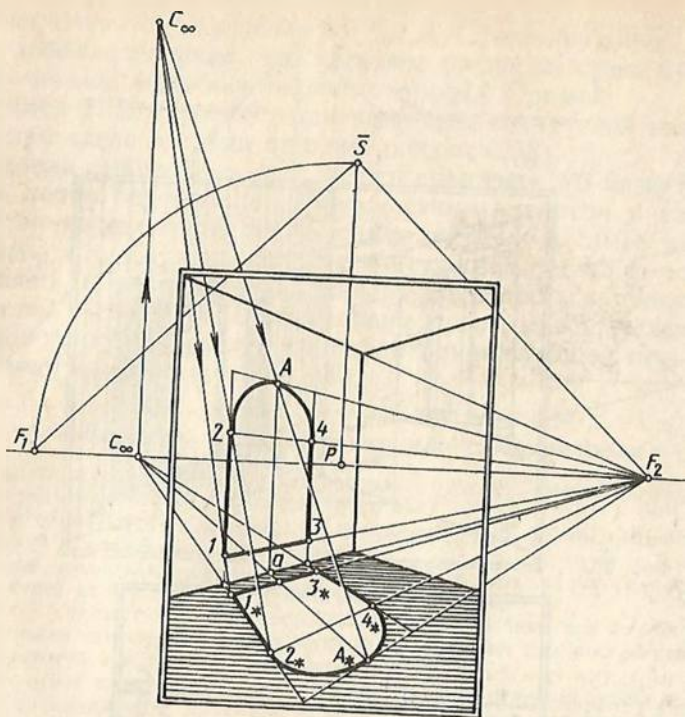


Рис. 235

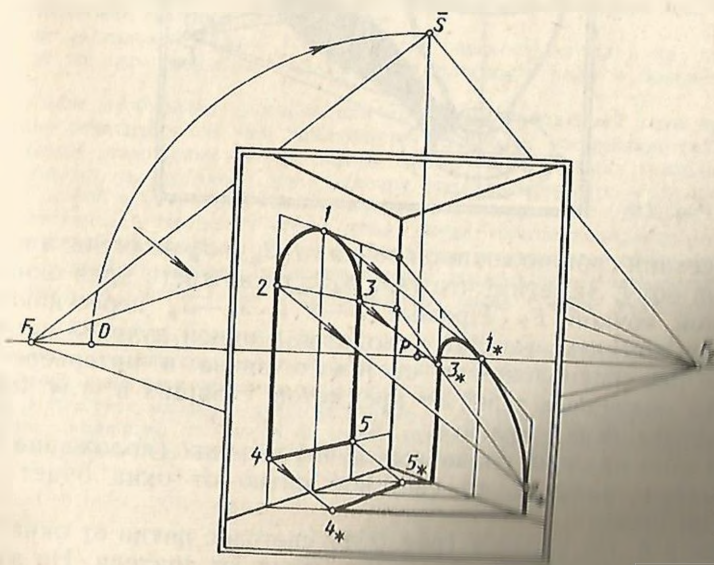


Рис. 236

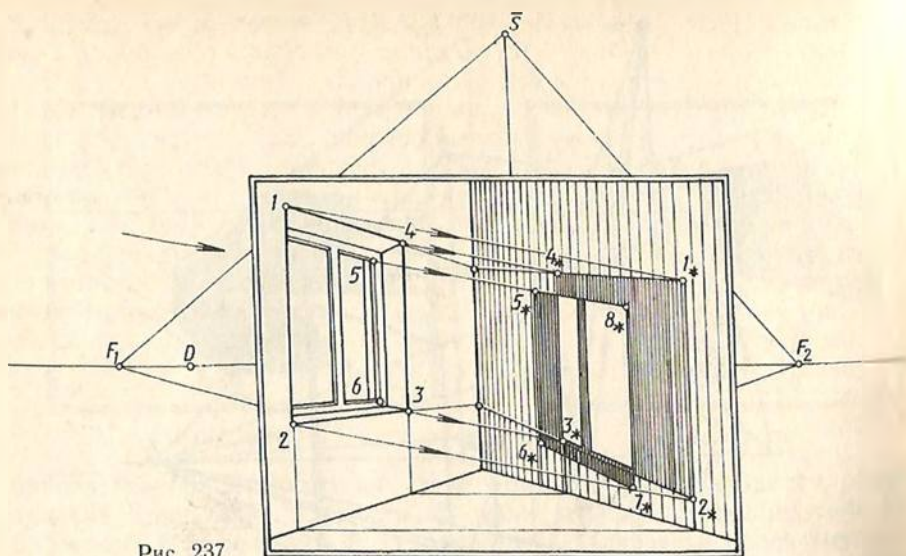


Рис. 237

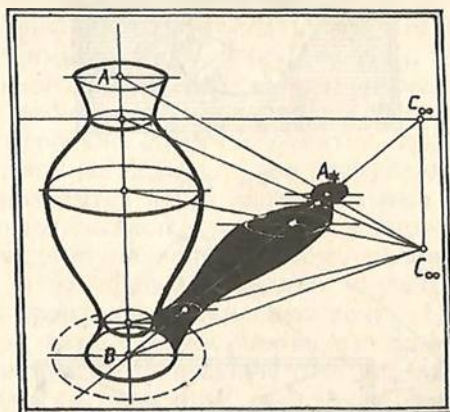


Рис. 238

они пересекали свои проекции в точках $1_*, 2_*$ и 3_* на стене, а в точках 4_* и 5_* на полу. Заметим, что тень 4_*5_* от нижнего края окна будет предельной точкой F_2 . Прямые $2-3$ и 2_*-3_* пересекаются на ребре угла комнаты, так как находятся в одной лучевой плоскости.

Такое же расположение светового пятна в интерьере в построении солнечных теней от предметов, стоящих в углу комнаты представлено на 8-й вклейке.

Если угол наклона солнечных лучей невелик (положение солнца соответствует закату), то световое пятно от окна будет падать только на стену.

Пример 6. На картине (рис. 237) световое пятно от окна падает только на стену. Солнце находится сбоку от зрителя. На этой картине построено световое пятно с учетом толщины стены и угла окна. В связи с этим на правой стене показаны два направления

световых пятна от внутреннего (1*2*3*4*) и наружного (5*6*7*8*) краев проема. Заметим, что световое пятно на стене будет значительно меньше величины оконного проема с рамой.

Пример 7. Построение солнечной тени от круглой вазы. Солнце находится слева и сзади от зрителя (рис. 238).

Сначала строят тень $A*B*$ от оси вращения AB вазы и отмечают на ней точки пересечения с плоскостями эллипсов в характерных частях ее формы (край горла, самое широкое и самое узкое место, подставка и т. д.). Определение контура тени от вазы основано на построении теней от точек эллипсов, являющихся проекциями окружностей в сечениях. В завершение проводят касательно к теням эллипсов контур очерковой кривой, ограничивающей тень вазы. Эти построения ясны из рисунка 238.

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. Как образуется светотень и как располагаются ее элементы на многогранных и круглых предметах? Какова градация светотени?

2. Как образуются собственная и падающая тени? В чем сущность процесса их получения и изображения на картине?

3. Какие различают источники освещения? В чем их особенности при построении теней от предметов, изображенных на картине?

4. В чем сущность способа построения падающей тени при точечном (факельном) источнике освещения? Какие необходимы условия для построения падающей тени от предмета при точечном источнике освещения?

5. Постройте падающую и собственную тени при точечном источнике света:

а) от вертикального предмета на наклонную грань треугольной призмы, лежащей на предметной плоскости;

б) от двух брусков, один из которых расположен горизонтально, а другой опирается на его ребро, т. е. наклонный к предметной плоскости (см. рис. 169).

6. Постройте световое пятно:

а) от настольной лампы, падающее на плоскость стола и на стену комнаты;

б) от торшера или бра, падающее на плоскость пола и боковую стену угла комнаты.

7. Какие необходимы условия для построения падающей тени при солнечном источнике освещения? В чем заключается сущность построения солнечной тени?

8. Какие положения может иметь солнце относительно зрителя и как они отображаются на картине? Свои суждения проиллюстрируйте чертежом.

9. Постройте падающие тени от предметов, освещенных солнцем:

а) лестницы, стоящей у стены дома, когда солнце находится сзади зрителя;

б) детской песочницы с навесом, когда солнце находится сбоку от зрителя.

10. Постройте световое пятно от окна и полуоткрытой балконной двери, расположенных на фронтальной стене комнаты, когда солнце находится перед зрителем.

11. Нарисуйте ступени восходящей лестницы с перилами. Постройте солнечные тени от перил, падающие на ступени лестницы. Выберите такое положение солнца, чтобы построение тени отвечало заданному условию.

12. Нарисуйте входную дверь в здание с навесом над ней. Постройте солнечную тень, падающую от навеса на стену здания. Положение солнца выберите так, чтобы построение тени отвечало условию задания.

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ОТРАЖЕНИЙ В ПЛОСКОМ ЗЕРКАЛЕ

Художники часто вводят в свои живописные произведения отражение предметов в спокойной глади водоема, зеркальной поверхности пола и т. д. Отражения в воде придают живописности произведению, подчеркивают красоту пейзажа, усиливают его эмоциональность. Зеркальное отражение интерьера подчеркивает особенности архитектурного оформления помещений, создает глубину пространства, поскольку на картине часто показано даже то, что находится за зрителем. Отражения в зеркальной плоскости могут быть элементами композиции и сюжета картины при умелом их использовании. Например, картины: «Заросший пруд» (В. Д. Поленов), «Аленушка» (В. М. Васнецов), «Мавзолей Тадж-Махал в Агре» (В. В. Верещагин), «Ермолова М. Н.» (В. А. Серов), «О. В. Лепешинская» (А. М. Герасимов) и др.

В данной книге построение отражений в перспективе рассматривается только в плоской зеркальной поверхности, идеально ровной и гладкой. Это является основным условием получения четких очертаний отраженных предметов в плоских зеркалах.

§ 38. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ О ПОСТРОЕНИИ ОТРАЖЕНИЙ В ПЛОСКОМ ЗЕРКАЛЕ

Сущность процесса отражения от зеркала заключается в том, что лучи света, попадая на ее поверхность, изменяют свое направление. Построение изображений лучей света, отраженных от плоского зеркала, основано на следующих законах оптики (рис. 239):

1) лучи падающий (AB_1) и отраженный (B_1A_1) расположены в одной плоскости с перпендикуляром (BB_1), проведенным к зеркалу через точку падения (B_1);

2) угол падения (α) равен углу отражения (α_1).

Рассмотрим закономерность образования отражений в плоском зеркале (рис. 240). Из точки C на зеркало AB падает пучок лучей, ограниченный лучами CA и CB , проходящими через его крайние точки A и B . По законам оптики ($\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$ и $\hat{\beta} = \hat{\beta}_1$) лучи отражаются от зеркала в направлении AA_1 и BB_1 расходящимся пучком. Если в поле отраженных лучей A_1BB_1 будет находиться глаз зрителя, он увидит точку C^* в том месте пространства, где пересеклись бы

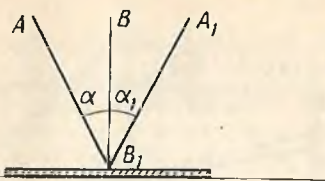


Рис. 239

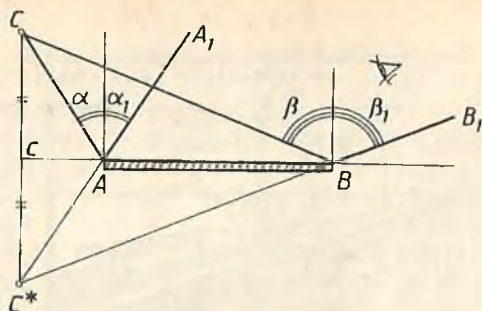


Рис. 240

в продолжении отраженные лучи. Точка C^* является зеркальным отражением данной точки C .

Из построения (равенства треугольников CAc и C^*Ac) следует, что точка C и ее отражение C^* расположены на одном перпендикуляре к плоскости зеркала и на равном расстоянии от него. Иначе говоря, заданная точка и ее отражение симметричны относительно плоскости зеркала ($Cc = C^*c$, $CC^* \perp AB$).

Из данного доказательства можно вывести правило построения отражений в плоском зеркале.

Для построения отражения предмета в зеркальной плоскости надо из всех характерных точек предмета опустить перпендикуляры к плоскости зеркала, найти точки их пересечения и продолжить перпендикуляры за плоскость зеркала на такое расстояние, на котором соответствующие точки предмета находятся перед ним.

§ 39. ПОСТРОЕНИЕ ОТРАЖЕНИЙ В ЗЕРКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Рассмотрим примеры построения в перспективе отражений при различных положениях зеркала относительно картинной и предметной плоскостей. Можно выделить семь основных положений зеркальной плоскости:

- 1) горизонтальное — зеркало параллельно предметной и перпендикулярно к картинной плоскостям;
- 2) фронтальное — зеркало параллельно картинной и перпендикулярно к предметной плоскостям;
- 3) вертикальное — зеркало перпендикулярно к картинной и предметной плоскостям;
- 4) вертикальное — зеркало перпендикулярно к предметной плоскости и под произвольным углом наклонено к картинной;
- 5) наклонное — зеркало перпендикулярно к картинной и расположено под произвольным углом к предметной плоскости;
- 6) наклонное — зеркало расположено под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям (плоскости взаимного наклонения);

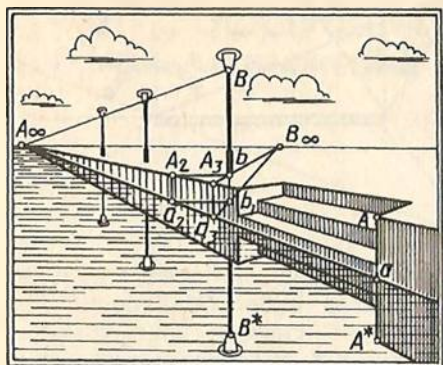


Рис. 241

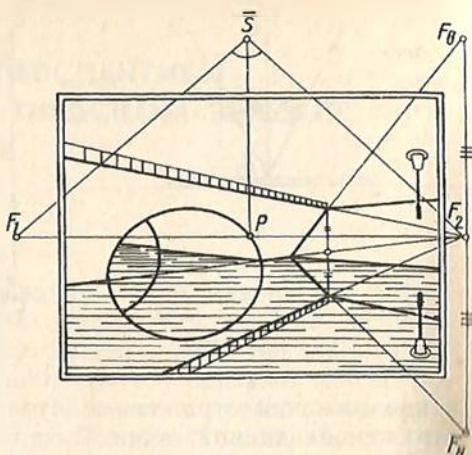


Рис. 242

7) наклонное — зеркало расположено под произвольным углом к предметной и картинной плоскостям (плоскость общего положения).

Рассмотрим примеры перечисленных положений зеркальной плоскости и способы построения на ней отражений предметов.

Пример 1. Плоскость зеркала расположена горизонтально. Это отражение предметов в спокойной глади воды, в плоскости лакированного пола, полированной крышки стола, мокрого асфальта улиц и т. д.

На картине (рис. 241) изображена (схематично) набережная. Требуется построить ее отражение в воде. Если предмет непосредственно соприкасается с водой, то отражение любой точки или отрезка Aa определяют на перпендикуляре, проведенном к плоскости зеркала, и откладывают от точки a пересечения его с водой равный по величине отрезок ($Aa = aA^*$). Затем, пользуясь точкой сходения A , строят отражение вертикальной плоскости набережной, проведя прямую A^*A_∞ .

Если предмет находится на горизонтальной плоскости земли, то пользуются дополнительными построениями. В данном примере вдоль набережной расположены фонари, удаленные от ее края на некоторое расстояние. Для построения их отражения в воде используют положение одного из фонарей Bb . В начале проводят перпендикуляр к плоскости зеркала, продолжив линию фонарного столба вниз под поверхность воды. Затем определяют точку пересечения этого перпендикуляра с поверхностью воды. Для этого через него проводят дополнительную (фронтальную или произвольно направленную вертикальную) плоскость и строят линию пересечения ее с поверхностью земли и воды.

Если провести через отрезок Bb фронтальную плоскость, то линия A_2b пересечения ее с поверхностью земли пройдет через основание b параллельно горизонту. Затем фронтальная плоскость

пересечет край набережной по вертикальной прямой A_2a_2 . И наконец, фронтальная плоскость пересечет поверхность воды по прямой a_2b_1 , параллельной линии горизонта ($A_2b \parallel a_2b_1$). Пересечение прямой a_2b_1 с перпендикуляром Bb определит точку касания фонарного столба при его продолжении с поверхностью воды. Заметим, что в воде будет видно отражение только верхней части фонарного столба.

Если через отрезок Bb (фонарь) провести произвольно направленную вертикальную плоскость, то линия пересечения ее с поверхностью земли пройдет через его основание b и любую точку схода B_∞ , взятую на линии горизонта. Край набережной она пересечет по линии A_3a_3 , а поверхность воды — по линии a_3B_∞ , которая в пересечении с перпендикуляром также определит искомую точку b_1 .

Заметим, что основания и вершины всех фонарных столбов (см. рис. 241) находятся на прямых, параллельных краю набережной, и, следовательно, имеют с ней общую точку схода A_∞ . Если вдоль набережной будут находиться здания, то их отражения в воде строят этим же способом.

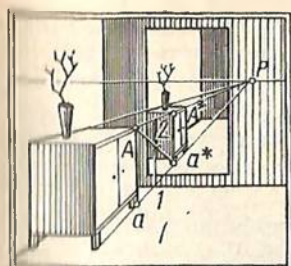
По тем же правилам построено отражение в воде арочного мостика с наклонным берегом реки (рис. 242).

Пример 2. Зеркало расположено на фронтальной стене комнаты (рис. 243, а). Требуется построить в нем отражение тумбочки. Сначала из всех характерных точек предмета проводят перпендикуляры к плоскости зеркала. Заметим, что они являются глубинными прямыми и точкой схода их будет главная точка картины P . Затем строят точки пересечения этих перпендикуляров с плоскостью зеркала, проводя через них вспомогательные глубинные плоскости. На рисунке показано построение отражения передней грани тумбочки. Через нее проведена глубинная плоскость и построена линия пересечения с зеркалом. Сначала определена точка 1 пересечения плинтуса стены с основанием глубинной плоскости, а затем прямая $1-2$.

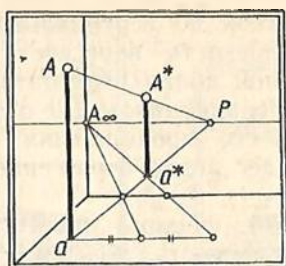
На завершающем этапе откладывают от точек 1 и 2 на перпендикулярах за плоскость зеркала такое же расстояние, на котором находятся точки A и a ребра тумбы перед ним. Задача, по существу, сводится к удвоению глубинного отрезка, поэтому здесь удобно применить способ построения диагонали прямоугольника (см. рис. 124). Для этого через верхний угол A тумбочки и середину отрезка $1-2$ (линия пересечения) проводят диагональ Aa^* прямоугольника, которая на его основании отметит положение точки тумбочки a^* и отражение всего ребра A^*a^* . Таким же способом строят отражения всех остальных точек предмета.

Для удвоения отрезка ($a-1=1-a^*$) применяют и другой способ построения, используя масштаб глубин с заданной главной точкой схода линий переноса. На основе применения теоремы Фалеса точку схода A_∞ линий переноса можно найти произвольно (рис. 243, б).

Заметим, что в зеркале (см. рис. 243, а) отражается тумба, которая находится сзади зрителя.



a)



б)

Рис. 243

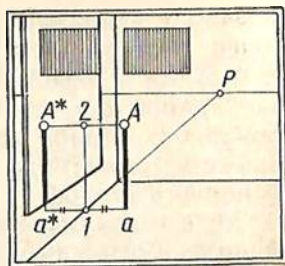


Рис. 244

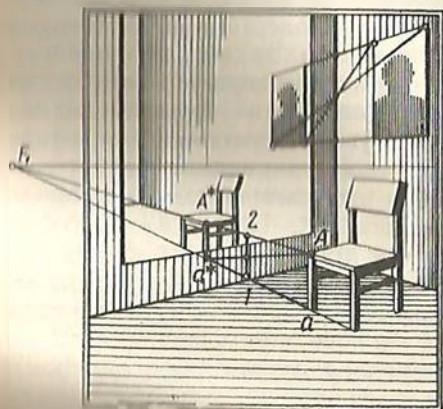
Пример 3. Зеркало расположено на боковой стене комнаты, являющейся глубинной плоскостью (рис. 244). Требуется построить отражение.

Перед зеркалом находится условный вертикальный предмет Aa . Для построения его отражения сначала проводят через все точки предмета перпендикуляры к плоскости зеркала, которые будут параллельны плинтусу фронтальной стены, а следовательно, и основанию картины.

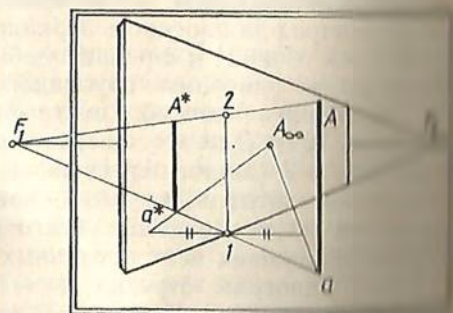
Затем через отрезок Aa проводят фронтальную плоскость, которая пересечет стену с висящим зеркалом по прямой $1-2$. Отложив на перпендикулярах равные отрезки за зеркало ($a-1=a^*-1$ и $A-2=A^*-2$), строят отражение предмета, стоящего перед зеркалом. Аналогично построено отражение в зеркале картины, висящей на фронтальной стене.

Пример 4. Зеркало висит на боковой стене комнаты. Плинтусы стен имеют точки схода F_1 и F_2 (рис. 245, а). В углу комнаты стоит стул, плоскости которого параллельны стенам и полу. Требуется построить его отражение.

Сначала из всех точек предмета проводят к плоскости зеркала перпендикуляры, точкой схода которых является F_1 (на рисунке —



a)



б)

Рис. 245

казано построение только одной ножки стула Aa). Для определения точек пересечения перпендикуляров с зеркалом проводят через них вспомогательную вертикальную плоскость. Она пересечет плоскость стены по прямой $1-2$. Следовательно, точки 1 и 2 будут точками пересечения перпендикуляров с плоскостью зеркала.

Затем на продолжении перпендикуляров за плоскость зеркала откладывают отрезки $A-2=2-A^*$ и $a-1=1-a^*$. Для этого здесь также применен способ удвоения отрезка с помощью диагонали прямоугольника, проведенного через середину линии пересечения $1-2$ и вершину A . Точка a^* определит отражение основания и вертикальное положение ножки стула A^*a^* . Таким же образом строят отражение всех других точек предмета и картины, висящей на правой стене комнаты. Отражение второго угла комнаты в зеркале художник задает по своему усмотрению, так как на картине его нет.

Отражение точек предмета при данном положении зеркала можно построить другим способом, как показано на рисунке 245, б. В этом случае использован прием построения, рассмотренный ранее в решении метрических задач (см. рис. 125, а, б).

Пример 5. Зеркало наклонено к предметной плоскости и перпендикулярно к картине. Следовательно, горизонтальные его края будут глубинными прямыми с главной точкой схода P (рис. 246). На картине изображена комната с фронтальной стеной. На правой боковой стене висит наклоненное зеркало, а у левой стены оно стоит на полу с упором на нее. Перед каждым зеркалом на полу стоит условный вертикальный предмет Aa и Bb . Требуется построить их отражение в зеркале.

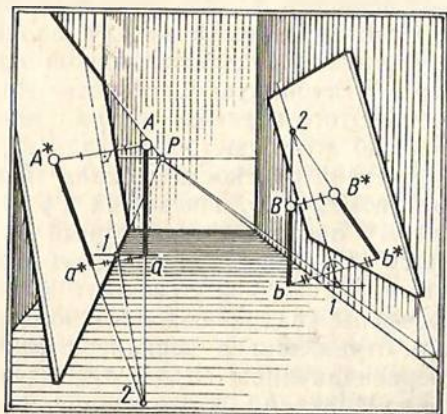


Рис. 246

Сначала через заданные вертикальные отрезки проводят вспомогательные плоскости, перпендикулярные зеркалу. Так как по условию плоскости зеркала и картины взаимно перпендикулярны, вспомогательные плоскости должны быть фронтальными. Через концы a и b отрезков проводят линии $a-1$ и $b-1$ пересечения вспомогательных фронтальных плоскостей с предметной параллелью.

по основанию картины. Заметим, что точка 1 является пересечением оснований зеркала и вспомогательной фронтальной плоскости. Через точку 1 параллельно боковым краям зеркала проводят линию $1-2$ пересечения этих плоскостей. Поскольку через отрезки Aa и Bb проведены фронтальные плоскости, то прямые углы между перпендикулярами и прямой $1-2$ будут натуральными (без искажения). За плоскость зеркала откладывают соответственно равные отрезки, как показано на рисунке 246.

Заметим, что точка 2 на линии пересечения плоскостей является и точкой пересечения продолжения заданных отрезков и их отражений. Отрезок и его отражение в зеркале симметричны относительно линии пересечения. Это обстоятельство облегчает построение отражения. Сначала находят точки 1 и 2 , продолжив заданный отрезок Aa (Bb). Затем строят отраженные точки a^* и b^* основания предмета. Соединив их с точкой 2 , определяют концы A^* и B^* отрезков, отраженных в наклонном зеркале.

Пример 6. Наклонное зеркало является нисходящей плоскостью особого положения (рис. 247, *а*). Тогда точки схода P_v и P_n сторон прямого угла зеркала будут находиться на линии главного вертикала. Прямой угол в этом случае строят при дистанционной точке (см. рис. 155, *а*). Заметим, что наклон зеркала к предметной плоскости (полу) определяется углом α , образованным при точке D_0 стороной $P_n D_2$ прямого угла к линии горизонта.

Участок пола (для наглядности) выложен квадратными плитами. На нем стоит вертикальный предмет в виде отрезка Bb . Построение отражений пола и вертикального отрезка выполняют в такой последовательности. Сначала строят отражение плоскости пола. Для этого отмечают вершину A_0 угла пола и находят ее отражение в зеркале A^* . С этой целью через точку A_0 проводят перпендикуляр $A_0 P_v$ к плоскости зеркала, предельной точкой которого будет P_v . Через него проводят глубинную плоскость $PA_0 P_v$ и отмечают точку E — пересечение этого перпендикуляра с плоскостью зеркала. (Геометрический способ этого построения дан на рисунке 247, *б*.) Чтобы отложить на нем за плоскость зеркала такое же расстояние ($A_0 E = EA^*$), применяют способ, описанный в § 21 (рис. 125, *а*, *б*). Далее через точку A^* проводят отраженный в зеркале первый край плоскости пола параллельно основанию картины до пересечения с перпендикуляром $L_0 P_v$ и отмечают точку L^* . Таким же путем переносят размеры квадратных плит пола на прямую $A^* I^*$.

Для построения отражения в зеркале отрезка Bb через его концы проводят перпендикуляры BP_v и bP_v к плоскости зеркала, точкой схода которых будет P_v . Затем их заключают в глубинную плоскость bPP_v и отмечают точку 1 пересечения оснований данной плоскости и зеркала. Соединив точку 1 с P_n , определяют линию пересечения этих плоскостей. При продолжении отрезка Bb в данной пересечения плоскостей отмечают точку 2 (см. рис. 246). В точке 2 также точки B_1 и b_1 — пересечения перпендикуляров BP_v и bP_v с зеркалом.

Чтобы отложить за плоскость зеркала одинаковые по величине

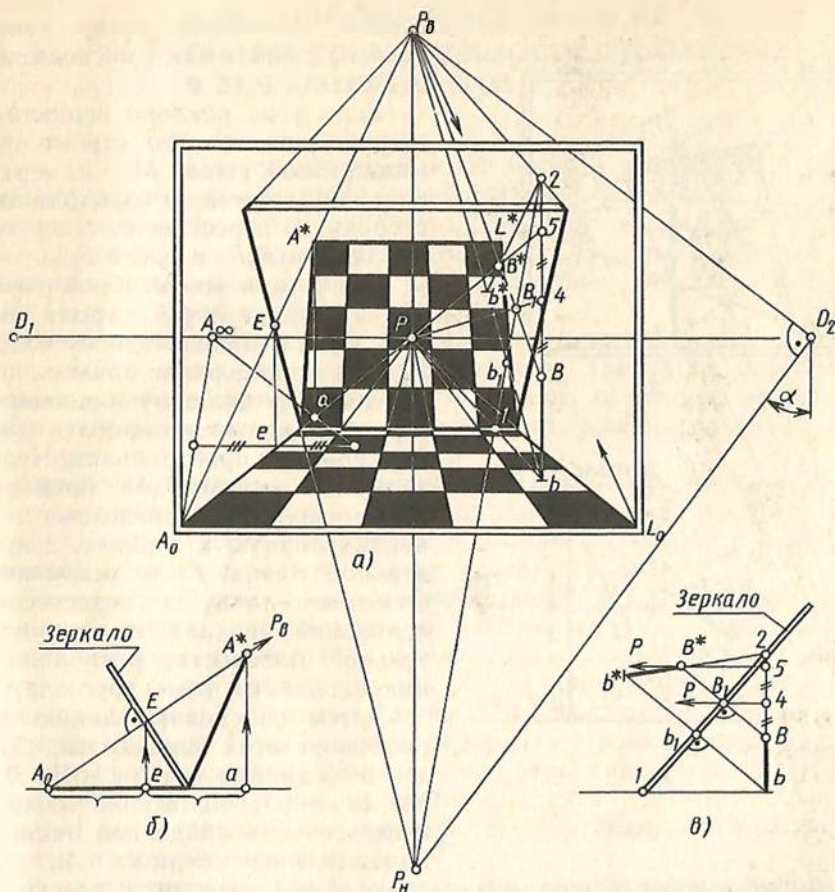


Рис. 247

отрезки $BB_1 = B_1B^*$ и $bb_1 = b_1b^*$, применяют геометрический способ, показанный на рисунке 247, в. На картине проводят глубинную прямую PB_1 и отмечают точку 4. Затем откладывают равные отрезки: $B-4=4-5$. Далее проводят глубинную прямую $P-5$, которая в пересечении с перпендикуляром BP_0 определит отражение точки B^* , а прямая $2-B^*$ — отражение ее проекции b^* .

Пример 7. Наклонное зеркало занимает общее положение (рис. 248, а). На картине задана вертикальная стена в произвольном направлении, и на ней висит наклонное зеркало. Перед зеркалом стоит условный вертикальный предмет La . Требуется построить его отражение.

Построение выполняют в следующей последовательности. Сначала строят вертикальную плоскость стены с точкой схода F_1 и перпендикулярные к ней прямые с точкой схода F_2 (угол $F_1SF_2 = 90^\circ$). На основании вертикальной плоскости задлют (в данном примере произвольно) ширину зеркала и определяют направление плоскости

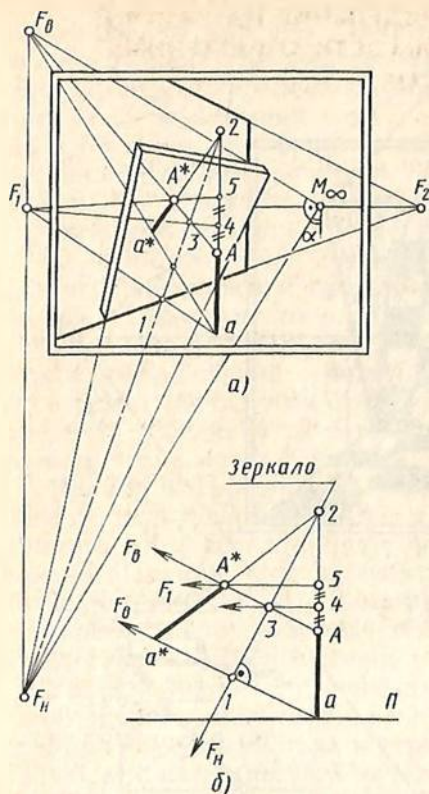


Рис. 248

вспомогательной плоскости через точки A и a проводят к плоскости зеркала перпендикуляры AF_v и aF_v .

Чтобы отложить на перпендикулярах от линии $1-2$ пересечения соответственно равные отрезки за плоскость зеркала, используют способ, геометрическая основа которого представлена на рисунке 248, б. Через точку 3 проводят горизонтальную прямую $3-4$ и отмечают точку 4 на вертикальной прямой. Затем откладывают два равных отрезка $A-4$ и $4-5$. Через последнее деление проводят вторую горизонтальную прямую, которая отметит отраженную точку A^* . Соединив точки A^* и 2 , продолжают эту прямую и находят отраженную в зеркале точку a^* в пересечении с перпендикуляром aF_v .

Отложить на перпендикулярах равные отрезки за плоскость зеркала можно другим способом, который использован при построении отражений в плоскости зеркала (см. рис. 247, б). Для этого на прямой aF_1 строят проекцию перпендикуляра от точки a до плоскости зеркала. Затем удваивают эту проекцию (см. рис. 243, б и 245, б) и через ее конец проводят вертикальную прямую для определения a_* отраженной точки. Прямая, соединяющая точки a_* и 2 , является отражением всего отрезка.

сторон, имеющих точку схода $F_{||}$ ($F_1 F_{||} \perp hh$), как нисходящих прямых.

Если угол наклона зеркала к стене задан, то его строят при масштабной точке M_∞ к вертикальной прямой и продолжают сторону до пересечения с перпендикуляром $F_v F_{||}$ в точке $F_{||}$.

Далее при масштабной точке M_∞ к стороне $M_\infty F_{||}$ строят прямой угол и находят точку схода F_v для направления прямых, определяющих толщину наклонного зеркала, высота которого в данном примере произвольная. Через заданный отрезок Aa проводят вспомогательную плоскость, перпендикулярную к зеркалу, с предельной точкой F_1 ее основания. Отмечают точку 1 пересечения оснований зеркала и вспомогательной плоскости, расположенных под прямым углом друг к другу.

Затем определяют линию пересечения этих плоскостей. Для этого соединяют точки 1 и $F_{||}$. Далее отмечают положение точки 2 в пересечении найденной линии с продолжением отрезка Aa . По

§ 40. СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НА КАРТИНЕ ГРАНИЦ ЗОНЫ ВИДИМОСТИ ОТРАЖЕННЫХ В ЗЕРКАЛЕ ПРЕДМЕТОВ

При составлении композиции и построении отражений в плоском зеркале может возникнуть необходимость определения на картине границ зоны, в которой расположенные на предметной плоскости основания предметов будут видимы в зеркале при заданном положении зрителя. Есть несколько способов определения. Рассмотрим некоторые из них.

Совмещение предметной плоскости с картиной. На картине (рис. 249) задано вертикальное зеркало. Требуется определить границы зоны, в которой можно поставить предметы, чтобы они были видимы в зеркале при заданном положении точек P и D , т. е. зрителя.

Предметную плоскость поворачивают вокруг основания картины до совмещения ее с вертикальной плоскостью (продолжением картины). На совмещенной плоскости при помощи главной P и дистанционной D точек строят основание (след) зеркала $\bar{A}\bar{B}$.

Затем строят основание $\bar{s}$ точки зрения S в совмещенном положении с учетом дистанционного расстояния PD . Для этого от основания картины вверх на линии главного вертикала откладывают $p_0\bar{s} = PD$ и отмечают точку $\bar{s}$. Затем проводят через нее к концам совмещенного положения зеркала $\bar{A}\bar{B}$ падающие лучи $\bar{s}\bar{A}$ и $\bar{s}\bar{B}$. Из точек падения $\bar{A}$ и $\bar{B}$ к плоскости зеркала строят перпендикуляры, которые с падающими лучами образуют углы падения α и β . По ним определяют направление отраженных лучей ($\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$ и $\hat{\beta} = \hat{\beta}_1$), которые ограничивают зону видимости в вертикальном зеркале при данном положении зрителя.

В заключение с помощью точек P и D определяют положение отраженных лучей в предметной плоскости картины, проходящих через крайние точки A и B основания зеркала, которые ограничивают зону видимости.

Построение натуральных углов падения и отражения при совмещенной точке зрения. На картине (рис. 250) задано вертикальное зеркало в произвольном направлении. Требуется определить границы той зоны, в которой можно поставить предметы, видимые в зеркале при заданном положении главной P и дистанционной D точек.

Нетрудно понять, что видимыми в данном зеркале окажутся предметы, которые расположены в отраженной от него части пола. На картине она ограничена четырьмя прямыми, лежащими в предметной плоскости пола и образующими некоторый четырехугольник, который сливается с рамкой зеркала при заданном положении зрителя. Следовательно, построение границ зоны видимости сводится к изображению этого четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$ на картине. Однако по другую сторону основания зеркала $A_1B_1C_1D_1$ не видно. Заметить, что эти фигуры относительно основания зеркала и картины

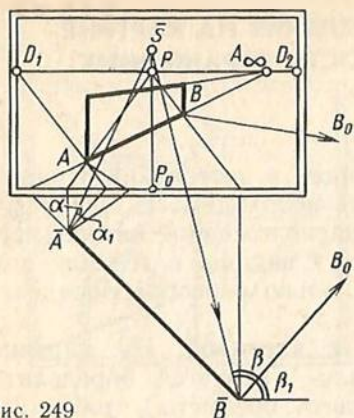


Рис. 249

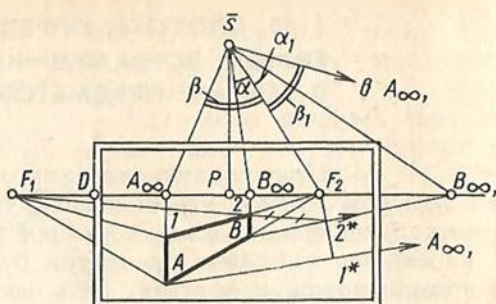


Рис. 250

будут симметричными, стороны и углы между ними будут равны. На картине же эта симметричность, равенство углов и сторон четырехугольников будут отображены в перспективе.

Сначала рассмотрим пример, когда зеркало является глубинной плоскостью (рис. 251). Отмечают предельные точки сторон углов, лежащих в предметной плоскости: точку P стороны AB (совпадающей с основанием зеркала), точку B_∞ стороны BB_∞ (совпадающей зрительно с вертикальным краем зеркала). Соединив предельные точки P и B_∞ с совмещенной точкой зрения $\bar{S}$, определяют при ней натуральную величину угла падения $B_\infty \bar{S} P = \hat{\alpha}$. При совмещенной точке зрения $\bar{S}$ к перпендикуляр $P\bar{S}$ строят такой же угол $\hat{\alpha}_1$ и определяют предельную точку $B_{\infty 1}$ и перспективу угла отражения $B_{\infty 1} \bar{S} P$. Такое же построение выполняют для угла $A_\infty \bar{S} P = \beta$. Отложив справа от перпендикуляра $P\bar{S}$ при совмещенной точке зрения угол $P\bar{S} A_\infty = \beta$, определяют предельную точку $A_{\infty 1}$ и перспективу этого угла $A_{\infty 1} \bar{S} P = \beta_1$.

Для определения стороны 2^*1^* границы зоны видимости проводят к основанию зеркала перпендикуляр через точку 2 и на нем откладывают равные отрезки $2-3$ и $3-2^*$. Поскольку основание зеркала является глубинной прямой, то перпендикулярная к ней прямая будет расположена параллельно основанию картины. Заметим, что предельной точкой отрезка 2^*1^* будет главная точка P .

Эти же построения для определения границы зоны видимости применяют в заданном примере (см. рис. 250), когда вертикальное зеркало произвольно расположено относительно картины. Сначала определяют натуральную величину угла $B_\infty \bar{S} F_2 = \alpha$ и при совмещенной точке зрения строят угол $F_2 \bar{S} B_{\infty 1} = \alpha_1$, где $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}_1$. Соединив прямой точки B и B_∞ , определяют перспективу отраженного угла α_1 .

Такие же построения выполняют для углов $\beta = \beta_1$, где $A_\infty \bar{S} P = \beta$ и $F_2 \bar{S} A_{\infty 1} = \beta_1$ ($\beta = \beta_1$). Для определения стороны 1^*2^* границы зоны видимости проводят к основанию зеркала перпендикуляры $1-2$ и

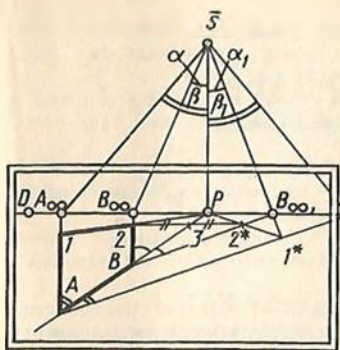


Рис. 251

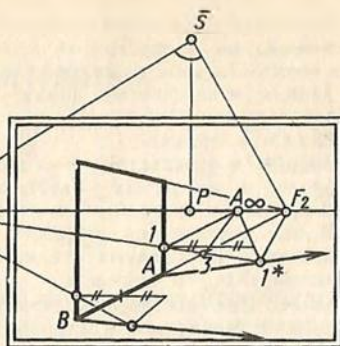


Рис. 252

F_1I до пересечения с перспективным изображением отраженных лучей и отмечают точки I^* и 2^* . Заметим, что предельной точкой стороны I^*2^* будет точка F_2 .

Построение равных катетов в прямоугольных треугольниках. На картине задано вертикальное зеркало, расположенное в произвольном направлении с точкой схода F_2 (рис. 252). Требуется определить границу зоны видимости.

Сначала рассмотрим этот способ на более простом примере (см. рис. 251). Известно, что все симметричные точки лежат на прямых, перпендикулярных к оси. В данном примере осью является глубинная прямая, т. е. основание зеркала, поэтому перпендикулярные к ней прямые будут параллельны основанию картины. В прямоугольных треугольниках $2-3-B$ и 2^*-3-B катет $B-3$ общий, а катеты $2-3$ и $3-2^*$ откладывают равными.

Эти же построения выполняют на примере произвольно расположенного вертикального зеркала (см. рис. 252). Направление основания зеркала (оси симметрии) имеет предельную точку F_2 . Тогда перпендикулярная к ней прямая, взятая в любом месте (например, $1-I^*$), будет иметь точку схода F_1 . На горизонтальной прямой откладывают равные отрезки и переносят их на заданное направление перпендикуляров $1-3$ и $3-I^*$ с помощью любой точки схода A_∞ , взятой на линии горизонта, находят направление границы зоны видимости $A-I^*$. Таким же путем строят и второе направление стороны границы зоны через произвольно взятую точку B .

Вопросы и упражнения для самоконтроля

1. На каких законах оптики основано построение отражений в перспективе?
2. В чем заключается сущность построения отражений предмета в плоском зеркале?
3. Нарисуйте в перспективе берег реки и лодку в воде. Постройте отражение в воде лодки и берега реки.
4. Задайте перспективу комнаты с фронтальной стеной и на каждой стене изобразите зеркало. Перед каждым зеркалом задайте условный вертикальный предмет и постройте его отражение.

5. Составьте несложный натюрморт из двух-трех предметов домашнего обихода, стоящих на полированной крышке стола. Постройте отражение этих предметов в горизонтальной плоскости стола.

6. Задайте в перспективе комнату с фронтальной стеной и на боковой стене — наклонное зеркало. Поставьте перед зеркалом вертикальный предмет так, чтобы он отражался в зеркале.

7. Задайте в перспективе угол комнаты. На одной из его стен задайте наклонное зеркало, а на другой — вертикальное. В углу комнаты изобразите вертикальный предмет и постройте его отражение в этих зеркалах.

8. В чем заключается сущность одного из трех способов построения границ зоны видимости отраженных предметов в зеркале? Изложите один из способов и проиллюстрируйте его чертежом.

Примечание. При построении отражений в заданиях 3—7 следует руководствоваться общим правилом (см. стр. 167) и выполнять их в следующей последовательности:

1) определить положение зеркала относительно картинной и предметной плоскостей;

2) в соответствии с положением зеркала провести к нему через характерные точки предмета перпендикуляры;

3) построить точки пересечения перпендикуляров с плоскостью зеркала;

4) отложить за плоскость зеркала такое расстояние, на котором каждая характерная точка предмета находится перед зеркалом, используя для этого способ увеличения отрезков в два раза (см. рис. 118, 119, 120, 124, 125).

Глава IX.

АНАЛИЗ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В предыдущих главах книги рассматривались способы построения предметов на картине по законам и правилам перспективы с учетом конкретных размеров изображаемых объектов. Такие построения принято считать прямыми задачами. В то же время изучались способы определения натуральных размеров предметов по их изображению на картине. Они составляли обратные задачи. Заметим, что в обоих случаях рассматривались способы перспективных построений при заданных элементах картины, основанные на теоретических положениях их выбора.

Работа художника над картиной обычно начинается с выполнения набросков и эскизов для определения композиции. В них отражается первый сюжетный замысел художника, композиционное расположение действующих лиц и окружающих предметов. Эскизы выполняют с учетом общих правил перспективы, но линии построения в них почти не применяют.

По мере дальнейшей работы над композицией возникает необходимость восстановить линии, проверить правильность выполнения перспективных построений и подчинения их замыслу художника и сюжету картины. Не нарушая содержания картины, художник проверяет все ее элементы. При этом происходит корректировка неточно выполненных построений. Чтобы выполнить все это грамотно, надо уметь анализировать перспективные построения картин и знать некоторые теоретические положения, по которым определяют ее основные элементы.

Анализ картин художников делается не только для проверки правильности выполненных перспективных построений, а главное, для определения основных элементов картины, выявляющих композиционный и сюжетный замысел художника, смысловые средства и способы, которые раскрывают эмоциональное воздействие содержания художественного произведения на зрителя.

§ 41. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КАРТИНЫ

Наиболее точный перспективный анализ возможен в тех случаях, когда на картине есть изображения геометрических фигур или предметов, имеющих четко выраженные геометрические формы. К важнейшим для анализа геометрическим элементам и фигурам относятся: отрезки параллельных прямых, прямые углы,

квадраты и прямоугольники, эллипсы как изображение окружности в перспективе.

При перспективном анализе изображения важно определить наличие горизонтальных параллельных линий, с помощью которых находят их точки схода и положение линии горизонта. Если точки схода параллельных линий находятся за пределами рамки картины, то применяют дополнительные построения.

Для определения положения главной точки картины находят предметы с прямыми углами. Если одна сторона прямого угла параллельна основанию картины, то предельной точкой его второй стороны будет главная точка картины (см. рис. 128). Если фигура, изображенная на картине, является квадратом, то ее диагональ в пересечении с линией горизонта определит положение дистанционной точки.

Аналогично определяют основные элементы картины, если квадрат расположен вертикально и перпендикулярно к картинной плоскости (см. рис. 129). В этом случае две стороны квадрата будут параллельны боковым краям картины, а точкой схода его горизонтальных сторон будет главная точка P , через которую проводят линию горизонта.

Положение дистанционной точки определяют двумя способами: 1) с помощью масштаба глубин; 2) с помощью диагонали квадрата. Если от точки A отложить сторону квадрата на горизонтальной прямой AB_1 , то линия переноса B_1C в пересечении с линией горизонта определит дистанционную точку в соответствии с масштабом глубин (см. рис. 129). А если в квадрате провести диагональ через вершину A , то в пересечении с линией главного вертикала она определит совмещенную точку зрения $\bar{S}$ и, следовательно, дистанционное расстояние $P\bar{S} = PD$ (см. рис. 130).

Если прямой угол произвольно расположен в предметной плоскости и фигурой является квадрат, то главную точку картины P находят по совмещенной точке зрения (рис. 253). Построения выполняют в такой последовательности. Сначала продолжают стороны прямого угла через вершины A и B , определяют положение точек схода F_1 и F_2 его сторон и через них проводят линию горизонта. Разделив расстояние F_1F_2 пополам, определяют центр окружности, которую проводят через данные точки. Заметим, что совмещенная точка зрения $\bar{S}$ с вершиной угла должна находиться на этой окружности. Далее проводят диагональ квадрата через точки A и B с предельной точкой A_∞ . Соединяют нижний конец I вертикального диаметра с точкой A_∞ и, продолжив прямую до пересечения с окружностью, получают совмещенную точку зрения $\bar{S}$, при которой определяют положение прямого угла $F_1\bar{S}F_2$. Заметим, что прямая $\bar{S}A_\infty$ является биссектрисой прямого угла (внутренние углы $F_1\bar{S}I$ и $F_2\bar{S}I$ составляют его половину, т. е. 45°). Из совмещенной точки зрения опускают перпендикуляр на линию горизонта и находят главную точку картины P . Отложив от точки P по стороне дистанционное расстояние $P\bar{S} = PD$, определяют положение точек D_1 и D_2 .

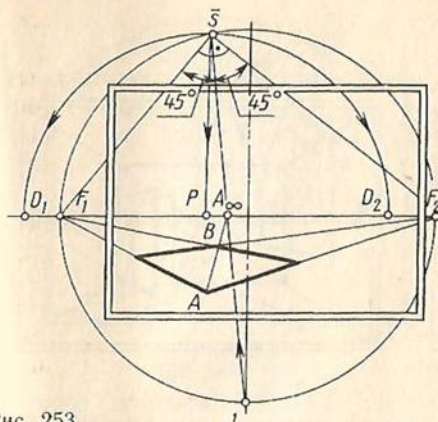


Рис. 253

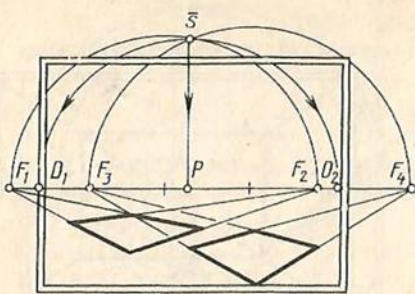


Рис. 254

Если в предметной плоскости имеются два прямых угла с различным направлением сторон, то элементы картины находят более простым способом (рис. 254). Для этого сначала определяют точки схода сторон каждого прямого угла F_1 , F_2 и F_3 , F_4 . Затем проводят полуокружности при каждой паре точек, как в предыдущем примере. Точка пересечения двух полуокружностей определит совмещенную точку зрения, а перпендикуляр, опущенный на линию горизонта, — главную точку картины P и положение дистанционных точек D_1 и D_2 .

Этот же прием применяют в случае, когда задана перспектива произвольного квадрата, лежащего в предметной плоскости. Внутри его задают две вспомогательные взаимно перпендикулярные прямые (рис. 255, а). Они являются диагоналями 1—2 и 3—4 двух половин квадрата.

Построение на картине (рис. 255, б) начинают с определения точек схода F_1 и F_2 сторон квадрата и проведения через них линии горизонта. Затем находят предельные точки F_3 и F_4 для прямых

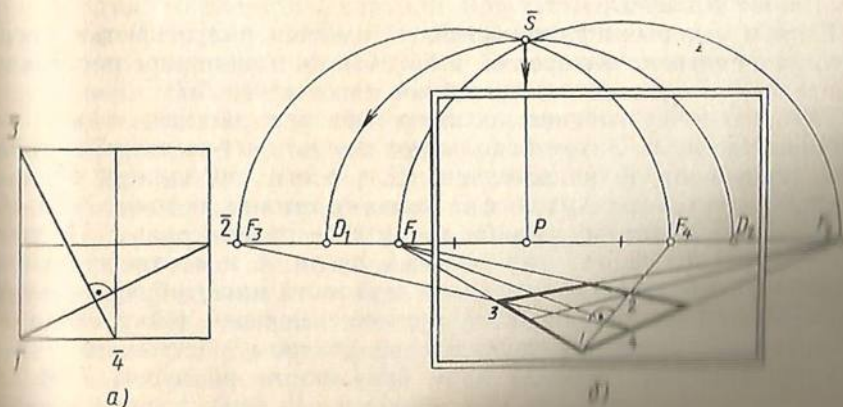


Рис. 255

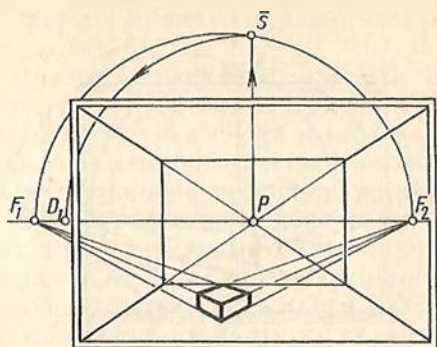


Рис. 256

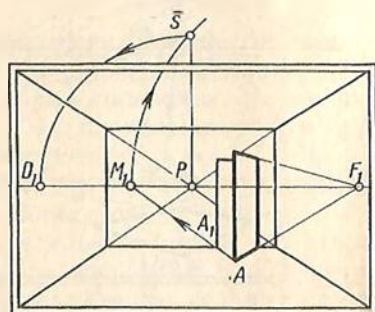


Рис. 257

1—2 и 3—4, составляющих прямой угол внутри квадрата. Как и в предыдущем примере, проводят полуокружности и в их пересечении определяют совмещенную точку зрения. Опустив перпендикуляр на линию горизонта, находят главную точку картины и, определив дистанционное расстояние, отмечают дистанционные точки D_1 и D_2 .

Часто сюжет картины связан с интерьером комнаты, в которой обе стены расположены под углом к картине или одна из них фронтально. В этих случаях элементы картины определяют, используя описанные ранее способы.

Когда задан интерьер комнаты с фронтальной стеной (рис. 256) легко определить по направлению плинтусов и карнизов главную точку картины и линию горизонта. Если на полу произвольно стоит какой-либо предмет призматической формы, то по направлению сторон прямого угла определяют точки схода F_1 и F_2 . Разделив пополам расстояние между точками схода, проводят через них полуокружность, которая в пересечении с перпендикуляром, проведенным через главную точку P к линии горизонта, определяет совмещенную точку зрения. Дистанционные точки находят, отложив от главной точки P по обе стороны на линии горизонта дистанционное расстояние $PS = PD_1$.

Если в интерьере такой комнаты имеется полуоткрытая дверь, то совмещенную точку зрения, а затем и дистанционное расстояние определяют с помощью масштабной точки (рис. 257).

Главную точку картины и линию горизонта находят, как в предыдущем примере. Затем используют полуоткрытую дверь, которая имеет произвольное направление. Для этого, продолжив верхний и нижний края двери, находят на линии горизонта их точку схода F_1 . Заметим, что в натуре ширина двери и ее проема равны. Проведя линию переноса через угол полотна двери A и соответствующий угол A_1 проема, получают на линии горизонта масштабную точку M_1 для произвольно направленной прямой, имеющей точку схода F_1 . Масштабная точка определяется равенством расстояний $F_1A = F_1M_1$. Поэтому, проведя дугу окружности радиусом F_1A в пересечении с перпендикуляром, проведенным через точку P к линии горизонта, получают совмещенную точку зрения S . Затем откладывают от S по обе стороны на линии горизонта дистанционное расстояние $SD_1 = SD_2$.

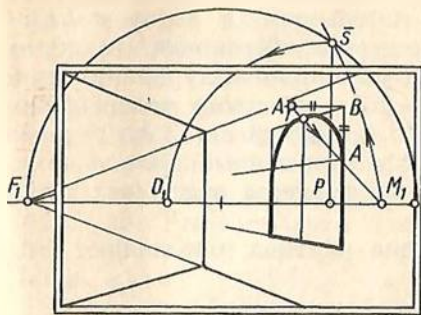


Рис. 258

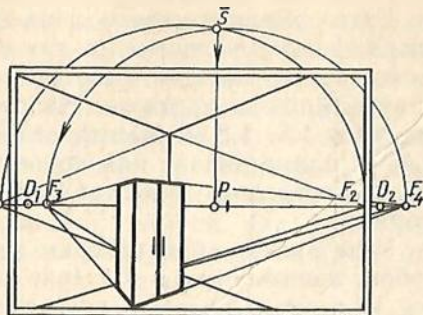


Рис. 259

дывают отрезок $P\bar{S} = PD_1$ и отмечают дистанционные точки D_1 и D_2 .

Если задан интерьер угла комнаты, на стене которой имеется арочное окно, то элементы картины находят следующим образом (рис. 258). Сначала по направлениям сторон прямого угла комнаты определяют их точки схода F_1 и F_2 и проводят через них полуокружность. Затем находят масштабную точку для определения радиуса полуцилиндрической арки окна. Для этого вписывают полуокружность арки в полуквадрат и находят ее радиус AB , который откладывают на горизонтальной прямой A_1B . Линия перепоса, соединяющая точку A_1 с вершиной арки, в пересечении с горизонтом отметит точку M_1 . Полученная масштабная точка M_1 будет соответствовать произвольно направленной стороне угла с точкой схода F_1 . Поэтому радиусом F_1M_1 проводят дугу до пересечения с полуокружностью, проходящей через точки F_1 и F_2 . Пересечение дуг окружностей определит совмещенную точку зрения $\bar{S}$. Перпендикуляр, опущенный на линию горизонта, отметит главную точку картины. Расстояние $P\bar{S}$ на линии горизонта определит положение дистанционных точек D_1 и D_2 .

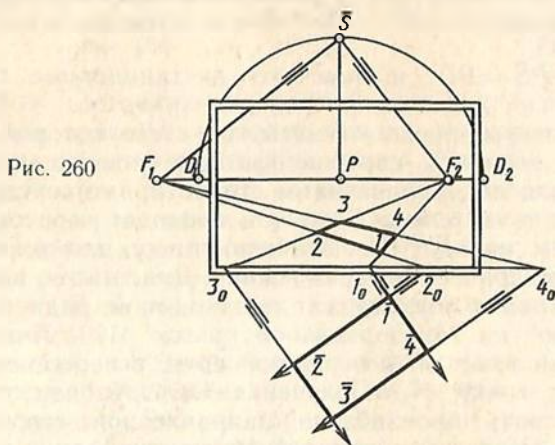
Если задан угол комнаты с произвольно расположенными в нем предметами, то элементы картины могут быть определены по двум парам точек схода F_1 и F_2 , F_3 и F_4 сторон прямого угла комнаты и какого-либо предмета (рис. 259). Остальные элементы картины определяют, как показано на рисунке 254.

При восстановлении элементов картины нужно уметь определить ее масштаб и натуральные размеры изображаемых предметов. Одним из способов определения натуральных размеров является совмещение предметной плоскости с картиной.

Если на картине (рис. 260) заданы ее элементы и какая-либо фигура, например прямоугольник $1-2-3-4$, то его натуральные размеры определяют способом совмещения предметной плоскости с картиной. На совмещенном положении стороны фигуры проводят через точки 1_0 , 2_0 , 3_0 , 4_0 параллельно сторонам прямого угла, построенного при совмещенной точке зрения (см. рис. 212). Размеры фигуры $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$, $\bar{4}$ в совмещенном положении будут натуральными в масштабе данной картины.

Если сюжет картины связан с интерьером, в котором находится фигура человека, а также предметы обстановки, то по их размерам определяют высоту линии горизонта и натуральную единицу масштаба картины. Например, рост взрослого человека составляет 1,5...1,8 м, высота стола 0,75 м, высота стула до сиденья 0,45 м, длина дивана или кровати 2,2 м. Эти данные дают возможность определить масштаб картины и размеры отдельных предметов.

Угол зрения, при котором написана картина, определяют способом, изложенным в § 4 (рис. 13, в).



§ 42. АНАЛИЗ КАРТИН ХУДОЖНИКОВ

В предыдущих главах книги рассматривались способы и правила построения перспективных изображений и применение их при рисовании с натуры и составлении композиции. Правильное использование перспективных построений и выбор основных элементов картины — это одно из средств выразительного наиболее полного и глубокого раскрытия содержания художественных произведений изобразительного искусства.

Для выражения своего замысла художник использует определенные условия перспективного изображения. Существенное значение при этом имеют правильный выбор точки зрения и высоты линии горизонта, расположение интерьера, условия освещения и изображения предметов. Все эти компоненты влияют на характер композиции и силу воздействия на зрителя при рассматривании картины.

Так, например, для того чтобы направить внимание зрителя на определенное место картины, художник использует композиционный центр — перспективу глубинных линий с главной точкой F . Это ясно видно на картинах П. А. Федотова «Сватовство майора».

И. Е. Репина «Не ждали», «Арест пропагандиста», «Иван Грозный и сын его Иван». Применение на картине высокого горизонта с показом большой плоскости пола увеличивает трагизм событий в картине И. Е. Репина «Иван Грозный и сын его Иван» или нагнетает напряженность происходящих действий в картине Б. В. Иогансона «Допрос коммунистов». Близкое расположение точки зрения от картины, т. е. небольшое дистанционное расстояние, создает впечатление присутствия зрителя в этом помещении, который является как бы очевидцем происходящего события, как, например, у И. Е. Репина в картинах «Не ждали», «Иван Грозный и сын его Иван».

В процессе перспективного анализа картины определяют положение линии горизонта и главной точки на ней, дистанционное расстояние и расположение точек измерения. Устанавливают также масштаб картины и натуральные размеры основных предметов, изображенных в перспективе, определяют угол зрения, при котором художником выполнена картина.

Восстановление основных элементов картины и определение размеров предметов по их перспективному изображению называют ее реконструкцией. Заметим, что во многих случаях перспективный анализ картины можно сделать только приближенно. Следует учесть, что иногда художники прибегают к умышленному нарушению законов перспективных построений, применяя несколько линий горизонта и главных точек.

Рассмотрим несколько картин известных художников и сделаем анализ их перспективных построений.

Для примера возьмем картину П. А. Федотова «Сватовство майора» (см. вклейку). По интерьеру комнаты с фронтальной стеной определяют главную точку картины, которая является точкой схода плинтусов и карнизов, и положение линии горизонта. Эти же элементы находят при продолжении глубинных линий паркета, которые в пересечении определяют положение главной точки картины, линию горизонта, а диагональ квадратных плит — дистанционную точку. Заметим, что линия горизонта проходит почти через середину картины. Главная точка картины сдвинута влево и находится около лица убегающей невесты. Композиционный центр картины, направление глубинных линий паркета приковывают внимание зрителя именно к фигуре невесты.

Высоту линии горизонта можно определить, используя высоту стола или стульев, стоящих в комнате. Для этого их величину (размер) выносят в плоскость картины с помощью масштаба высот. Далее определяют в масштабе картины натуральные размеры от пола до сиденья стула 0,45 м и высоту стола 0,75 м. Заметим, что высота линии горизонта составит 2 высоты стола и будет равной 1,5 м, а $2/3$ этого расстояния определит величину 1 м в масштабе данной картины.

Угол зрения определяют практическим способом, опираясь на § 4 (рис. 13, а). Перпендикуляр, диаметр которой равен диаметру картины, определяют поле зрения зрителя. Диаметр, перпендикуляр

угла зрения $\approx 60^\circ$ и наименьшее дистанционное расстояние создают впечатление присутствия зрителя в комнате и делают его свидетелем происходящего.

В картине И. Е. Репина «Не ждали» (см. вклейку) элементы картины определяют по-другому. Сначала по направлению половиц пола — глубинных прямых находят главную точку P и через нее проводят линию горизонта параллельно основанию картины. Для определения дистанционного расстояния проводят через края кресла горизонтальные прямые до пересечения с линией горизонта. Они определяют точки схода F_1 и F_2 сторон прямого угла. Через найденные точки F_1 и F_2 проводят полуокружность, которая в пересечении с перпендикуляром, проведенным к линии горизонта из точки P , определит совмещенную точку зрения $\bar{S}$ и положение дистанционных точек ($\bar{S}P = PD$). В этой картине композиционный центр подчеркивается направлением половиц к двери и к вошедшему человеку, на которого обращены все взоры присутствующих. Дистанционное расстояние здесь минимальное, оно равно примерно диагонали картины, и в результате зритель как бы является свидетелем этой неожиданной сцены.

Расстояние от пола до сиденья стула или кресла, расположенных сбоку картины, определяет натуральный размер 0,45 м, а удвоенная величина 0,9 м — высоту всего стула. Этот размер дает возможность определить высоту линии горизонта, которая составит примерно 1,2 м. В заключение определяют поле и угол ясного зрения картины (см. рис. 13, в).

Анализ картины Н. Н. Ге «Петр Первый допрашивает царевича Алексея» (см. вклейку) можно сделать различными способами, например такими, которые рассмотрены на рисунках 254 и 255.

Сначала определяют положение линии горизонта с точками схода F_1 и F_2 сторон квадратных плит пола, через которые проводят полуокружность. Затем, используя края крышки стола, находят точки схода F_3 и F_4 сторон второго прямого угла и также через них проводят полуокружность. Пересечение двух полуокружностей определит положение совмещенной точки зрения $\bar{S}$, а опущенная на линию горизонта перпендикуляр — главную точку картины P . Величина перпендикуляра $P\bar{S}$ является дистанционным расстоянием картины, которое откладывают от главной точки по обе стороны на линии горизонта ($PD_1 = PD_2$).

По размерам стула или стола, как в предыдущих примерах, определяют масштаб картины и высоту линии горизонта, которая составит примерно 1 м. Угол и поле ясного зрения определяют, как в предыдущих примерах.

Анализ данной картины можно сделать другим способом с помощью диагонали квадрата, рассмотренного на рисунке 254. В этом случае находят сначала точки схода F_1 и F_2 сторон квадратных плит и через них проводят линию горизонта и окружность. Затем определяют на линии горизонта положение предельной точки A_∞ диагонали одного из квадратов. Соединив прямой точку A_∞ с нижним концом I вертикального диаметра, продолжают ее пересечь

до пересечения с окружностью. Полученная точка пересечения определит положение совмещенной точки зрения $\bar{S}$, а перпендикуляр, опущенный на линию горизонта, — главную точку картины P . Отложив по обе стороны от главной точки на линии горизонта расстояние $P\bar{S}$, отмечают положение дистанционных точек D_1 и D_2 .

Перспективный анализ данной картины можно сделать и способом, представленным на рисунке 255.

Картина В. А. Серова «Зимний взят» (см. вклейку) имеет ограниченные возможности анализа перспективных построений, так как на ней отсутствуют предметы четко выраженной геометрической формы. Для анализа данной картины за основу можно взять только квадратные плиты пола. В этом случае применяют способ построения диагонали квадрата, рассмотренного на рисунке 253, и он же использован при перспективном анализе предыдущей картины на 6-й вклейке.

В анализе данной картины более удобно применить способ, показанный на рисунке 255, а, б. Сначала для построения линии горизонта используют точки F_1 и F_2 сторон квадратов пола и через них проводят полуокружность. Затем строят предельные точки F_3 и F_4 сторон прямого угла, образованного диагоналями двух смежных квадратов. Через найденные точки F_3 и F_4 также проводят полуокружность. Точка пересечения полуокружностей определит совмещенную точку зрения $\bar{S}$. Опущенный перпендикуляр $\bar{S}P$ на линии горизонта отметит главную точку P , а его величина — дистанционное расстояние ($\bar{S}P = PD_1 = PD_2$) и положение дистанционных точек D_1 и D_2 .

Расположение главной точки P около лиц героев фокусирует композиционный центр картины и подчеркивает незримый диалог между двумя солдатами — участниками революции.

В данном примере высоту линии горизонта можно определить лишь приближенно. Если принять рост левой фигуры мужчины за 1,7 м, а правой — за 1,8 м, тогда высота линии горизонта составит примерно 1,6 м.

Вопросы и упражнения для самопроверки

1. В чем заключаются основные способы определения элементов картины при ее анализе? Для чего делают перспективный анализ картин художников?

2. Что называется реконструкцией перспективных изображений?

3. Как определяют по изображению на картине главную точку, линию горизонта, дистанционное расстояние? Приведите примеры различных способов их определения.

4. Подберите репродукцию одной из картин художников (например, Н. А. Фетисов «Сватовство майора», «Разборчивая невеста», «Завтрак аристократа»; И. П. Репин «Не ждали», «Арест пропагандиста», «Иван Грозный и его сын Иван»; Н. И. Ге «Петр Первый допрашивает царевича Алексея», «Тайная вечеря»; В. В. Иогансон «Допрос коммунистов»; Кукрышны «Конец» и др.).

Наклейте открытку на лист бумаги и сделайте (графический) ее перспективный анализ, определив элементы картины (линию горизонта, главную и дистанционные точки), масштаб картины, высоту линии горизонта, поле и точку зрения (графическим способом), натуральную величину изображенных предметов, отмеченных на картине.

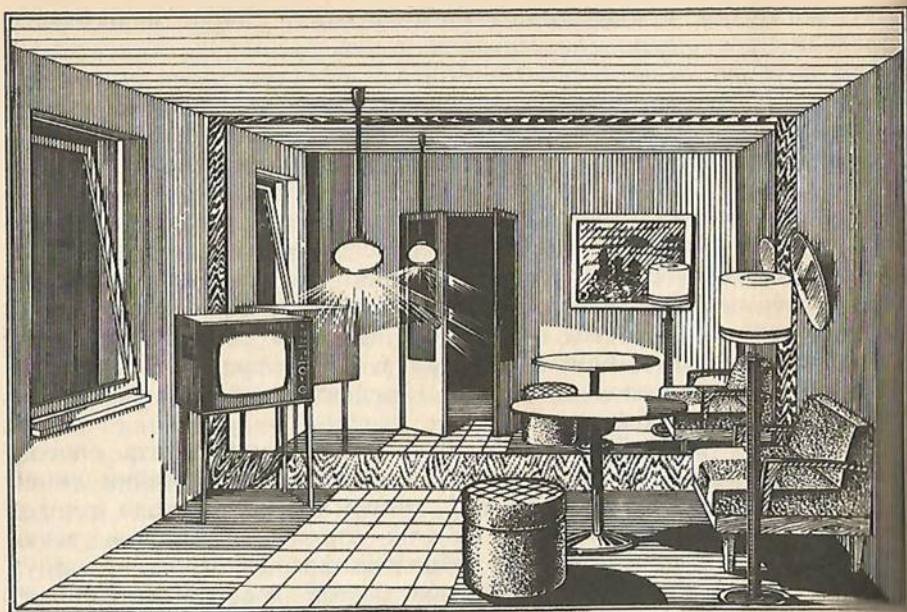


Рис. 261

5. По изображению интерьера (рис. 261) определите элементы картины и масштаб. Способом совмещения с картиной определите натуральные размеры предметов обстановки и расположение в комнате двери и окна. Пользуясь психическими данными, постройте заданный интерьер по его плану с учетом положения зрителя у стены, на которой висит зеркало.

Аналогичное задание выполните по рисунку на вклейке.

Рекомендуемая литература

Барышников А. П. Перспектива.— М.: Искусство, 1955.— с. 198.

Владимирский Г. А. Перспектива.— М.: Просвещение, 1969.— с. 127.

Непомнящий В. М., Смирнов Г. Б. Практическое применение правил перспективы в станковой картине.— М.: Просвещение, 1978.— с. 119.

Ратничин В. М. Перспектива.— Киев: Вища школа, 1982.— с. 232.

Соловьев С. А. Перспектива.— М.: Просвещение, 1981.— с. 144.

Соловьев С. А., Буланже Г. В., Шульга А. К. Черчение и перспектива.— М.: Высшая школа, 1988.— с. 319.

Яблонский А. Г. Начертательная геометрия (перспектива).— М.: Просвещение, 1966.— с. 175.

Яблонский А. Г. Линейная перспектива на плоскости.— М.: Просвещение, 1966.— с. 264.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Глава I. Общие сведения о перспективе	5
§ 1. Краткий исторический очерк развития перспективы	12
§ 2. Основные понятия	15
§ 3. Проецирующий аппарат и элементы картины	19
§ 4. Способы задания и определения элементов картины	
Глава II. Изображение точки и прямой в перспективе	29
§ 5. Перспектива точки и отрезка прямой	32
§ 6. Перспектива бесконечно продолженной прямой	34
§ 7. Перспектива прямой общего положения	37
§ 8. Прямые частного и особого положения	42
§ 9. Следы прямой	44
§ 10. Взаимное положение прямых	
Глава III. Изображение плоскости в перспективе	51
§ 11. Способы задания плоскости в перспективе	52
§ 12. Предельная прямая плоскости	53
§ 13. Общее, особое и частное положения плоскости	57
§ 14. Позиционные задачи	
Глава IV. Построение перспективных масштабов	66
§ 15. Общие понятия о перспективных масштабах	69
§ 16. Масштаб глубин	72
§ 17. Масштаб широт	74
§ 18. Масштаб высот	76
§ 19. Масштабная шкала и ее практическое применение	79
§ 20. Перспективный масштаб на произвольно направленной прямой	82
§ 21. Простейшие метрические задачи	
Глава V. Построение в перспективе плоских фигур и геометрических тел	93
§ 22. Построение геометрических фигур в простейшем положении	97
§ 23. Построение в перспективе углов, произвольно расположенных в горизонтальной плоскости	103
§ 24. Построение в перспективе угла наклона прямой особого положения к предметной плоскости	106
§ 25. Построение в перспективе угла наклона прямой общего положения к предметной плоскости	107
§ 26. Построение в перспективе углов наклона восходящей и нисходящей плоскостей к предметной плоскости	112
§ 27. Построение окружности в перспективе	114
§ 28. Построение в перспективе изображений круглых предметов	
Глава VI. Способы построения перспективных изображений	122
§ 29. Способ перспективной сетки	131
§ 30. Способ малой картины	

§ 31. Способ увеличения картины	136
§ 32. Построение перспективы объекта по плану и фасаду	137
§ 33. Способ архитектора	140
§ 34. Способ совмещения предметной плоскости с картиной	146
Глава VII. Построение теней в перспективе	
§ 35. Общие сведения о теории теней	149
§ 36. Построение теней при искусственном освещении	153
§ 37. Построение теней при солнечном освещении	158
Глава VIII. Построение перспективы отражений в плоском зеркале	
§ 38. Общие понятия о построении отражений в плоском зеркале	166
§ 39. Построение отражений в зеркальной плоскости	167
§ 40. Способы определения на картине границ зоны видимости отраженных в зеркале предметов	175
Глава IX. Анализ перспективных изображений	
§ 41. Определение основных элементов картины	179
§ 42. Анализ картин художников	184
Рекомендуемая литература	189

Учебное издание

Макарова Маргарита Николаевна

ПЕРСПЕКТИВА

Зав. редакцией *Т. С. Дагаева*

Редактор *В. А. Моисеевкова*

Младший редактор *Т. Н. Ключева*

Художники *Б. Гомон, Г. Алексеев*

Художественный редактор *Л. Ф. Малышева*

Технические редакторы *З. А. Муслимова, Н. Н. Матвеева*

Корректор *Н. В. Бурдина*

ИБ № 11384

Сдано в набор 09.12.88. Подписано к печати 11.09.89. Формат 60×90^{1/16}
Бум. для бланков № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ.
л. 12+0,5 вкл.+0,25 форз. Усл. кр.-отт. 14,69. Уч.-изд. л. 12,56+0,50 вкл.+
+0,42 форз. Тираж 99 000 экз. Заказ 1981. Цена 70 к

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Госу-
дарственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной
торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Смоленский полиграфкомбинат Госкомиздата РСФСР. 214020, Смоленск,
ул. Смольянинова, 1.

